

# Qualitätskontrolle von Schokoladestücken in Keksen<sup>1</sup>

ARDITH BAKER, TULSA, OK, USA

<sup>1</sup> Original ‚Teaching Quality Control with Chocolate Chip Cookies‘ in *Teaching Statistics* 36 (2014) 1, 2–6.  
Übersetzung und Bearbeitung:  
MANFRED BOROVCNIK, KLAGENFURT

**Zusammenfassung:** Der Kontext mit Schokoladestücken in Keksen wird benützt, um die Rolle von Kontrollkarten in der statistischen Prozesskontrolle zu unterstreichen. Die Lernenden werden aktiv in die Arbeit eingebunden; sie zählen die Zahl der Schokoladestücke in Keksen, erstellen ein Tabellenblatt, berechnen die Kontrollgrenzen und zeichnen Kontrollkarten. Zusätzlich werden sie zum kritischen Denken angeregt, indem sie die Kontrollkarten im Kontext prüfen und interpretieren.

## 1 Einleitung

Qualitätskontrolle hat einen engen Bezug zur Geschichte des Hypothesentests (Fisher & Nair 2009, Śliwa & Wilcox 2008) und zu Anwendungen in der Industrie (in Produktion und Dienstleistungen). Daher ist es ein interessantes Thema für den Unterricht in Statistik. Es ist jedoch nicht immer leicht, damit die Aufmerksamkeit der Studierenden zu gewinnen. Um das abzufedern, wurde ein Klassenexperiment entwickelt, das sich mit Qualitätskontrolle von Keksen mit Schokoladestückchen befasst. Kontrollkarten in diesem Kontext, selbst erstellt, erweisen sich als nachhaltig zum Verstehen nicht nur der Begriffe sondern auch dafür, wieso Kontrollkarten im Qualitätsmanagement erfolgreich eingesetzt werden.

## 2 Kontrollkarten

Bevor wir das Unterrichtsexperiment durchführen, haben die Studierenden eine Einführung in die Qualitätskontrolle und in Kontrollkarten (Mittelwert- und Spannweitenkarten) erhalten; etwa aus einem Lehrbuch oder online (Stevenson 2012, PQSystems 2010). Insbesondere sollten die Studierenden den Prozess der Datengewinnung und den Unterschied zwischen Mittelwert- und Spannweitenkarten kennen. Eine kurze Beschreibung folgt.

Um die Qualität eines Produktionsprozesses kontinuierlich zu überwachen, wird in regelmäßigen Abständen (etwa alle zwei Stunden) eine Stichprobe vom Umfang  $n$  ( $n$  ist typischerweise klein, sagen wir 3, 4 oder 5 Einheiten) zufällig entnommen. Jede Einheit wird bezüglich des interessierenden Merkmals vermessen; Mittelwert und Spannweite (größter minus kleinster

Wert) der Daten werden berechnet. Die individuellen Daten werden mit Mittelwert und Spannweite in ein Tabellenblatt eingetragen. Es werden jedoch nur Mittelwerte und Spannweiten (nicht die Einzelwerte) in die entsprechenden Kontrollkarten eingezeichnet. Damit wird überprüft, ob der Prozess unter Kontrolle ist, d. h., ob lediglich übliche Schwankungen die Variationen der Messwerte verursachen.

Kontrollkarten werden benützt, um die Qualität in einem Prozess zu überwachen. Die Mittelwertkarte zeichnet die Mittelwerte von Stichproben auf und illustriert die zentrale Tendenz des Prozesses (das Zentrum der Verteilung des kontrollierten Merkmals). Jedes Problem, das durch zu große Variation in dieser Kontrollkarte angezeigt wird, deutet an, dass sich das Zentrum der Verteilung (nach oben oder nach unten) verschoben hat. In einem Produktionsprozess würden daraus Einheiten (Werkstücke) resultieren, die entweder Ausschuss sind (und weggeworfen werden müssen) oder nachbearbeitet werden müssen, wodurch sich die Produktionskosten erhöhen.

Die Spannweitenkarte zeichnet die Spannweiten der Stichproben auf und stellt die Streuung des Prozesses dar. Kleine Spannweiten zeigen eine kleine Streuung unter den Einheiten an (sehr ähnliche Messwerte in einer Stichprobe), während eine große Spannweite eine hohe Streuung anzeigt (die einzelnen Werte in einer Stichprobe sind sehr unterschiedlich). Probleme mit zu großen Werten in der Spannweitenkarte zeigen daher eine zu große Standardabweichung im untersuchten Merkmal an. Das kann zu nicht-verkäuflichen Werkstücken führen.

Um zu prüfen, ob der Prozess unter Kontrolle ist, untersucht man *beide* Karten gemeinsam; wenn eine der beiden extreme Werte aufweist, zeigt das an, dass der Prozess außer Kontrolle geraten ist. Normalerweise unterbricht man dann die Produktion, sucht nach spezifischen Ursachen und beseitigt sie. Zu verstehen, wie Kontrollkarten aufgebaut und zu interpretieren sind, ist wichtig. Man muss aber auch den Produktionsprozess verstehen, damit man, wenn die Karten Probleme anzeigen, diese lösen kann.

## 3 Die Produktion von Keksen mit Schokoladestücken

Um verständlich zu machen, wie die Produktion von Keksen abläuft, kann man ein entsprechendes Video zeigen; etwa die Fernsehdokumentation ‚How it’s

Made', welche sich mit der Produktion von Keksen befasst und auf Youtube zu sehen ist unter <https://www.youtube.com/watch?v=-i1oMwNgH2Q>. Wir geben eine knappe Beschreibung der kritischen Schritte.

Zuerst betrachten wir die Zutaten: Mehl, Zucker, Salz, Öl, Eier, Backpulver, Wasser und Schokoladestückchen. Wenn eines dieser Rohmaterialien unzureichend ist, dann wird die Qualität des Endprodukts schlecht. Daher kontrolliert man sie im Rahmen einer statistischen Wareneingangsprüfung. Wenn deren Qualität akzeptiert ist, werden die Zutaten gewogen und in einen sehr großen horizontalen Mixer gefüllt. Genaues Wägen der Zutaten ist ein weiterer wichtiger Schritt im Prozess. Wenn die Waage schlecht eingestellt ist, hat das zur Folge, dass von bestimmten Zutaten zu wenig oder zu viel beigemischt wird; auch das beeinträchtigt die Qualität der Kekse. Die Rohmaterialien werden eine festgelegte Zeit über gemixt und zu einem Teig geformt. Man beachte, dass die Schokoladestückchen erst zum Schluss dazugegeben werden. Daher ist Mischen speziell nach der Zugabe der Schokostückchen ein weiterer kritischer Punkt im Produktionsprozess. Zu viel Mixen wird die Schokostückchen brechen, zu wenig wird eine ungleichmäßige Aufteilung der Stückchen im Teig bewirken.

Nach dem Mischen wird der Teig in einen Behälter gefüllt und durch eine runde Öffnung gepresst. Ein Draht schneidet den Teig, so wie er herauskommt. Die Kekse fallen auf ein Metallband, das sie durch einen langen und engen Tunnelofen mit verschiedenen Temperaturzonen zieht. Der Schneidprozess ist eine weitere kritische Stelle der Produktion; wenn der Teig nicht genau in der vorgeschriebenen Dicke geschnitten wird, so werden die Kekse zu dick oder zu dünn. Das hat dann zur Folge, dass sie über- oder unterbacken werden. Zusätzlich muss man die Temperaturzonen im Ofen genau kontrollieren. Schließlich werden die Kekse auf dem Förderband ausgekühlt und verpackt. Zuvor werden – zu den vorgeschriebenen Prüfzeitpunkten – die drei Kekse zufällig ausgewählt und die Schokoladestückchen darin werden gezählt. Hier beginnt unser Experiment.



Abb. 1: Prüfung des zerbröselten Kekses

## 4 Das Unterrichtsexperiment

Wir beginnen damit, drei Kekse zufällig aus einer gekauften Packung auszuwählen. Mit einer Serviette werden die Kekse leicht zerbröseln und dann die Schokostückchen gezählt.

Zeit	1	2	3	Mittelwert	Spannweite	
1	16	27	23	22,00	11,00	
2	19	22	19	20,00	3,00	
3	27	22	16	21,67	11,00	
4	20	19	22	20,33	3,00	
5	20	21	24	21,67	4,00	
6	26	24	32	27,33	8,00	
7	21	29	27	25,67	8,00	
8	24	20	19	21,00	5,00	
9	26	32	36	31,33	10,00	
			$\bar{X}$	23,44	$\bar{R}$	7,00

Tab. 1: Stichprobenkontrolle für die Kekseproduktion

In einer Tabellenkalkulation wie Excel kann man die Daten der Kekse, die in einer Stichprobe geprüft werden, in einer Zeile zusammenfassen und Mittelwert und Spannweite (max – min) berechnen. Alle Stichproben haben den Umfang 3. Wir haben den Prozess neun Mal in Serie geprüft, das gibt die neun Zeilen in Tabelle 1. Der Stichprobenumfang  $n (= 3)$  legt die Koeffizienten für die Kontrollgrenzen fest.

Wir berechnen aus allen Mittelwerten ein gemeinsames Mittel, genannt  $X$ -quer-quer und eine mittlere Spannweite, genannt  $R$ -quer. Die Berechnung der Kontrollgrenzen (UKG untere, OKG obere Kontrollgrenze, ML Mittellinie des Prozesses) basiert auf Kennziffern [die man aufgrund von Normalverteilungsannahmen ermitteln kann]. Wir können diese Kennziffern etwa von Stevenson (2012) oder von Institute of Quality & Reliability (o. D.) holen. Für  $n = 3$  finden wir:  $A_2 = 1,023$ ;  $D_3 = 0$ ;  $D_4 = 2,574$ .

Kartentyp	UKG	OKG	ML
Mittelwertkarte	$\bar{X} - A_2 \cdot \bar{R}$	$\bar{X} + A_2 \cdot \bar{R}$	$\bar{X}$
Spannweitenkarte	$D_3 \cdot \bar{R}$	$D_4 \cdot \bar{R}$	$\bar{R}$

Tab. 2: Formeln zur Berechnung der Kontrollgrenzen

Die Berechnung erfolgt nach den Formeln in Tabelle 2. Danach werden die entsprechenden Kontrollkarten gezeichnet. Die Mittelwertkarte zeigt für jede Stichprobe den Mittelwert und verbindet die Punkte mit einer Linie, danach werden horizontale Geraden in der Höhe der Mittellinie des Prozesses und der unteren und oberen Kontrollgrenze eingezeichnet. Für die Spannweitenkarte werden die Spannweiten als Punkte über den Kontrollzeiten gezeichnet.

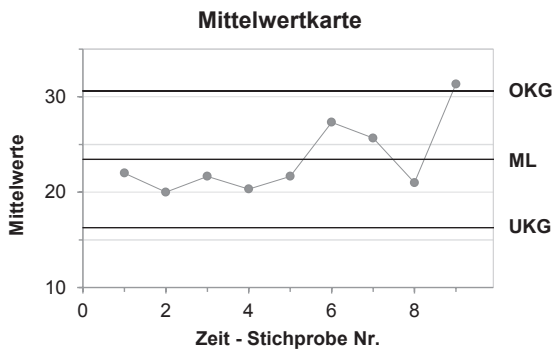


Abb. 2: Mittelwertkarte für die Keksdaten

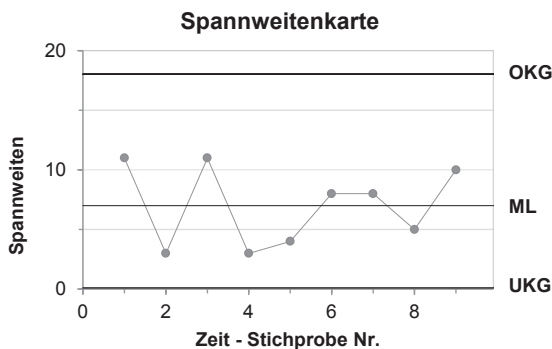


Abb. 3: Spannweitenkarte für die Keksdaten

## 5 Die Kontrollkarten interpretieren

Am besten illustriert man die Begriffe der Qualitätskontrolle anhand von Kontrollkarten. Diese erfassen wichtige Kenngrößen der Produktion.

Die Mittelwertkarte in Abb. 3 zeigt jede Stichprobe als einen Punkt; wird die Produktion stündlich kontrolliert, dann zeigt sie die Entwicklung der Mittelwerte der Schokostückchen im Stundentakt. Punkt 9 erscheint als außer Kontrolle. Was bedeutet das nun? Zum einen ist der Mittelwert sehr hoch – er liegt über der oberen Kontrollgrenze; das deutet an, dass in dieser Stichprobe zu viele Schokostückchen sind. Dies bedeutet nicht nur, dass die Produktion unterbrochen und nach den spezifischen Ursachen dafür gesucht wird, es bedeutet auch, dass gegenwärtig extra Kosten in der Produktion entstehen, weil zu viele Schokostückchen beigemischt werden.

Wenn eine Stichprobe „außer Kontrolle“ ist, müssen wir die Produktion unterbrechen, sonst entstehen unnötige Kosten. Was aber verursacht das Problem? Ein Punkt außer Kontrolle auf der Mittelwertkarte deutet auf Ursachen in der Wägung der Zutaten hin. Man muss vielleicht die Waage neu kalibrieren. Oder – vor Ende der Arbeitsschicht – lässt die Aufmerksamkeit der Arbeiter nach.

Oder es werden die Zutaten schlecht gemischt, so dass eher nicht zu viele Stückchen beigemischt sind

sondern die Durchmischung fehlt: einige Packungen werden kaum Schokostückchen enthalten und einige zu viele. Dann aber müsste die Spannweite in Abb. 3 ungewöhnliche Werte zeigen. Nicht einmal in Stichprobe 9 trifft das zu. Es gibt daher keinen Anlass, die Variation der Schokobeimengung als außer Kontrolle zu beurteilen.

Eine andere Auffälligkeit bei der Mittelwertkarte ist bei Stichproben 1–5 zu erkennen. Wenn fünf oder mehr Punkte über oder unter der Mittellinie liegen, dann ist dieses Muster ein Anlass für Bedenken. Weil alle Punkte innerhalb der Kontrollgrenzen sind, wird die Produktion wohl noch den Anforderungen genügen, aber es deutet an, dass man eventuell doch ein Problem mit der Wägung der Zutaten hat. Die Qualitätskontrolle hilft, die Problemfelder frühzeitig zu erkennen, bevor sie noch zu groß werden und unnötige Kosten verursachen.

## 6 Schlussfolgerungen

Der Kontext der Kekproduktion mit den Schokoladenstückchen diente uns zur Einführung von Fragestellungen aus der statistischen Qualitätskontrolle. Er wirkt motivierend und gut geeignet, die entsprechenden Begriffe einzuführen. Die Erörterung möglicher Ursachen im Hinblick auf den Produktionsprozess hilft den Studierenden, kritisch zu denken.

### Literatur

- Fisher, N. I.; Nair, V. N. (2009): Quality management and quality practice: Perspectives on their history and their future. In: *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 25(1), S. 1–28, DOI: 10.1002/asmb.756.
- Institute of Quality & Reliability (o. D.): Tables of constants for control charts. [www.dfx.nl/userfiles/file/pdf/Control%20Chart%20Constants%20and%20Formulas.pdf](http://www.dfx.nl/userfiles/file/pdf/Control%20Chart%20Constants%20and%20Formulas.pdf) (Zugriff: 8.8.2014).
- PQsystems (2010): A very brief introduction to control charts. [www.youtube.com/watch?v=mC1Apv0betg](http://www.youtube.com/watch?v=mC1Apv0betg) (Zugriff: 8.8.2014).
- Śliwa, M.; Wilcox, M., (2008): Philosophical thought and the origins of quality management: Uncovering conceptual underpinnings of W. A. Shewhart's ideas on quality. In: *Culture and Organization* 14(1), S. 97–106. DOI: 10.1080/14759550701864934.
- Stevenson, W. J. (2012): *Operations Management*. Boston: McGraw-Hill Irwin.

### Anschrift der Verfasserin

Ardith Baker  
 Oral Roberts University  
 7177 S. Lewis Ave, Tulsa (OK) 74136, USA  
 abaker@oru.edu