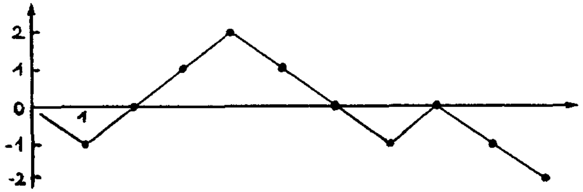
Eine Abwandlung der Münzwurf-Experimente *)

P. J. Butt

übersetzt von Karl Röttel

Man werfe N-mal eine Münze und notiere die Abfolge von "Zahl" und "Wappen". Dann zeichne man eine graphische Darstellung, indem man bei "Zahl" eine Einheit nach oben und bei "Wappen" eine Einheit nach unten bei der Nummer des jeweiligen Wurfes abträgt. So erhält man für N = 10 bei der Folge WZZZWWWZWW das folgende Schaubild:



Folgende Untersuchungen könnte man mit dem Wissensstand von Schülern durchführen:

(1) Die Position am Ende des Spieles.
In unserem Graphen ist sie bei -2. Welches ist der Modal- und welches ist der Mittelwert der Endpositionen? Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich?

(2) Die Häufigkeit dafür, daß der Graph oberhalb der Nummern-Achse ist.
Bei unserem Graphen ist sie 3. Welches ist der Modal- und welches ist der Mittelwert der Häufigkeiten? Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung gehört zu dieser Zufallsgröße?

(3) Die Häufigkeit, wie oft die Nummern-Achse geschnitten wird.
Unser Graph schneidet diese Achse zweimal. Welches ist der Modal- und welches ist der Mittelwert dieser Häufigkeiten? Kann man Aussagen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung machen?

---

*) Originalartikel in "Teaching Statistics" (1981) Heft 3, Bd.3: A Variation on Coin Tossing Experiments.

Bemerkungen:

Zehn Münzwürfe dürften eine vernünftige Anzahl darstellen, denn dies erlaubt den Schülern, in einer einzigen Unterrichtsstunde einige Folgen zu gewinnen und graphisch darzustellen.

Bevor man die Ergebnisse der ganzen Klasse zusammenstellt, sollte man die Schüler vorhersagen lassen. Die Vorhersagen für (1) sind gewöhnlich richtig und werden bestätigt, während die Ergebnisse zu (2) und (3) Verwirrung stiften können. Mit guten und älteren Schülern dürften sich interessante Diskussionen zum sogenannten "Gesetz der Mittelwerte" ergeben, wenn man den Modal- und Mittelwert bei (2) miteinander vergleicht und für (3) den Modalwert und dessen Häufigkeit betrachtet.

Der zentrale Grenzwertsatz kann eindrucksvoll veranschaulicht werden, wenn man (2) verwendet, denn die u-förmige Verteilung wechselt in eine glockenförmige Verteilung, beinahe eine Umkehrung der Gestalt.

Ergebnisse:

Für N = 10 sind 2^{10} verschiedene Folgen möglich.

(1) Eine Binomialverteilung mit n = 10 und p = 1/2 tritt nur bei geradzahligen Positionen auf.

(2)

Häufigkeit oberhalb der Achse	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1o
Anzahl dafür	252	126	70	70	60	60	60	60	70	70	126

Für den Fall N = 5 entsteht eine geringfügige Abweichung der Gestalt.

(3)

Häufigkeit des Schneidens	0	1	2	3	4
Anzahl dafür	504	336	144	36	4