Überqueren der Straße - besser mit gesundem Menschenverstand als mit Glück

Bob Neale, England, übersetzt von Grit Weber, Berlin

Zusammenfassung: Kann ein typisches Stadtkind besser eine verkehrsreiche Straße überqueren als eines vom Land? Bob Neale, Mathematiklehrer an einer Primarschule in England, gibt einen Erfahrungsbericht zu einem dazu durchgeführten Stochastik-Projekt.

Dies war ein 3-Jahres-Projekt und 3 Jahrgänge des 6. Schuljahres (10 - 11 Jahre) waren aktiv am Testen, Aufnehmen und Aufbereiten der Daten sowie am Analysieren der Informationen, die sie gesammelt hatten, beteiligt. Während unserer Schul-Sicherheitswoche war die Straßensicherheit Thema für die ganze Schule. Ich las meiner Klasse einen Artikel aus der Lokalzeitung mit dem Titel "Ein schwarzer Rekord des Kreises sind die toten Kinder im Straßenverkehr" vor. Dort wurde behauptet, daß Cambridgeshire die Gegend Europas ist, in der die meisten Todesopfer an Kindern im Straßenverkehr zu verzeichnen sind. Innerhalb der Diskussion über diesen Artikel erzählte ich den Schülern, daß ich in einem speziell entwickelten Dorf lebe, in dem Fußgänger und Verkehr soweit wie möglich voneinander getrennt sind, und daß einige Leute behaupten, die Kinder unseres Dorfes hätten mehr Schwierigkeiten beim Überqueren von frequentierten Verkehrsstraßen, als Kinder mit mehr Erfahrung im Straßenverkehr. Wir kamen zu dem Schluß, daß Kinder aus verkehrsreichen Gegenden besser in der Lage wären, die Geschwindigkeit des entgegenkommenden Verkehrs einzuschätzen, als Kinder aus ruhigeren Verkehrszonen (Hypothese 1). Wir wollten diese Hypothese testen und gleichzeitig die Hypothese 2 überprüfen, daß das Verkehrstrainingsprogramm "Green Cross Code" ausgebaut werden muß, um das Urteilsvermögen im Straßenverkehr zu üben. Die Schüler stellten schnell fest, daß ein sicherer, fairer Straßenrandtest notwendig war, wobei die Kinder nicht wirklich die Straße überqueren. Sie fanden 7 Möglichkeiten für einen derartigen Test, und wir entschieden uns für einen möglichst einfachen Test, den wir überall durchführen konnten.

Die Tests wurden in 8 Schulen durchgeführt, 2 in verkehrsreicher Stadt-Umgebung, 2 in verkehrsreicher Land-Umgebung, 2 in ruhiger Landumgebung, 1 in mittlerer (nicht verkehrsreich und nicht ruhig) Umgebung und 1 in sehr ruhiger ländlicher Umgebung. Als die Testreihen komplett waren, hatten wir eine Fülle von Daten, die wir im Computer abspeicherten und mit einem Datenbearbeitungspaket und natürlich mit der Papier-und-Bleistift-Methode analysierten.

Das Zusammentragen der Statistiken und die Mathematik waren einfach zu bewältigen, aber wir mußten der Menge von Statistiken einen Sinn geben und entscheiden, ob unsere Hypothesen richtig sind oder nicht. Das war viel schwerer. Die Kinder hatten einige sehr vernünftige Schlüsse aus der reinen

Statistik, wie wir sie gesammelt hatten, gezogen, doch als wir sie in Beziehung setzten, ergab sich Unsinn. Am Anfang wurde das schwer akzeptiert aber schnell erkannten die Schüler die Notwendigkeit, Verhältnisse zu benutzen und setzten die Analyse mit neuer Energie fort. Im Endeffekt kamen sie zu dem Schluß, daß die erste Hypothese falsch war, also daß Kinder aus verkehrsreicher städtischer Umgebung nicht so sicher im Überqueren der Straße sind wie Kinder von der verkehrsreichen ländlichen Umgebung, die zwar weniger selbstsicher, dafür aber vorsichtiger und sehr akkurat in ihrem Urteilsvermögen sind. (Den Beweis liefern Tabelle 1 und Diagramm 1.)

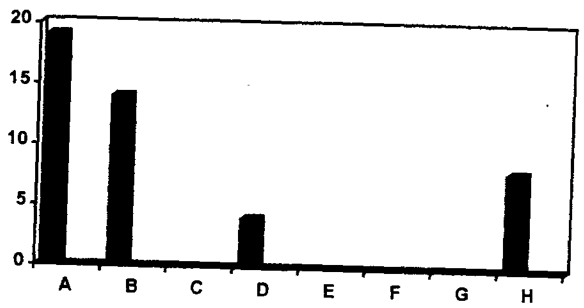


Diagramm 1: Anteil der Kinder, die über die Straße laufen würden

Legende: **A&B** : verkehrsreiche Stadt-Umgebung; **C&D** : verkehrsreiche Land-Umgebung; **E** : mittlere Umgebung; **F&G** : ruhige Land-Umgebung; **H** : sehr ruhige Gegend

Wir widmeten unserer 2. Hypothese große Aufmerksamkeit und überlegten uns, daß die Ergebnisse aller Verkehrsumgebungen mehr oder weniger übereinstimmen müßten, wenn der "Green Cross Code" ein ausreichendes Training darstellte - aber es traf nicht zu. Sie unterschieden sich wirklich erheblich voneinander. So betrachteten wir die Hypothese 2 als bestätigt. (Siehe dazu Tabelle 1.) Abschließend stellte einer der Schüler fest: "Ich dachte wirklich, daß alle Kinder das gleiche Talent haben, eine Straße zu überqueren, aber sie haben es nicht."

Kinder müssen auf den Verkehr besser vorbereitet werden, und eine Verkehrserziehung sollte auch ein Entscheidungstraining beinhalten. Sie brauchen auch ein Extra-Training, das speziell auf ihre verkehrsmäßige Umgebung und ihre Probleme zugeschnitten ist.

Die Schüler lernten sehr viel von diesem Projekt. Sie erfuhren, wie man ein Forschungsprojekt entwerfen muß, die Bedeutung eines fairen Tests und die Wichtigkeit von Überprüfung und Rücküberprüfung des Projektentwurfes auf jeder Stufe. Sie hatten Gelegenheit, statistische Daten zu sammeln, zu speichern, zu veranschaulichen und zu analysieren. Sie entwickelten ihre Fähigkeiten, Statistiken zur Entscheidungsfindung und damit zur Widerlegung oder

Bestätigung von Hypothesen heranzuziehen. Sie lernten vor allen Dingen auch, vorsichtig zu sein beim Überqueren der Straße.

	verkehrsreiche Stadtumgebung		verkehrsreiche Landumgebung		Mittlere Umgebung	ruhige Land-Umgebung		sehr ruhige Gegend
Schule	A	B	C	D	E	F	G	H
Ja (würde die Straße überqueren)	72%	48%	46%	4%	82%	28%	70%	16%
Nein (würde die Straße nicht überqueren)	28%	52%	54%	96%	18%	72%	30%	84%
Entscheidung in weniger als 2 Sekunden	72%	55%	65%	77%	77%	65%	95%	96%
Entscheidung in mehr als 2 Sekunden	28%	45%	35%	23%	23%	35%	5%	4%
würde hinüberlaufen	19%	14%	0%	4%	0%	0%	0%	8%
zu vorsichtig, hätte mehr als 3 Sekunden Sicherheit zum Überqueren der Straße, aber tut es nicht	0%	0%	0%	0%	41%	20%	15%	4%
fällt die richtige Entscheidung	81%	86%	100%	96%	59%	80%	85%	88%
Anteil der Nein-Sager, die hinüberlaufen würden, wenn jemand "Ja" sagte	78%	93%	21%	32%	17%	21%	0%	71%
Anteil der Nein-Sager, die dann nicht hinüberlaufen würden	11%	0%	21%	24%	6%	0%	0%	0%

Tabelle 1

Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten

Nick Lord, übersetzt von Karl Röttel

Zusammenfassung: Es wird ein auf Ungleichheitsbeziehungen zwischen arithmetischem und geometrischem Mittel beruhender Weg zur Behandlung von Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten vorgestellt.

Die folgende Einführung in die Eigenschaften des Produkt-Moment-Korrelationskoeffizienten r ist eine Abänderung der üblichen Berechnungen, die für Schülerniveau passend erscheint. Vor allem wollen wir zeigen, daß r seinen Dienst als Maß für den linearen Zusammenhang zwischen zwei Variablen erfüllt, indem dargelegt wird, daß r zwischen -1 und +1 liegt, und daß r gleich ± 1 nur im Falle vollständiger linearer Abhängigkeit beider Variablen ist. Unser Beweis dafür benötigt nicht mehr als die Ungleichheitsbeziehung von arithmetischem und geometrischem Mittel und scheint weniger abschreckend als die gewöhnlichen Beweiswege in den Lehrbüchern zu sein.

Wie immer motivieren wir die Einführung der Kovarianz $cov(x,y) = s_{xy}$ durch die Beobachtung, daß das Vorzeichen von $(x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})$ die Koordinatenebene so in Quadranten einteilt (Abb. 1), daß jeweils $s_{xy} >> 0$, $s_{xy} << 0$, $s_{xy} \approx 0$ für die drei in Abb. 2 dargestellten Verteilungen der Daten ist.

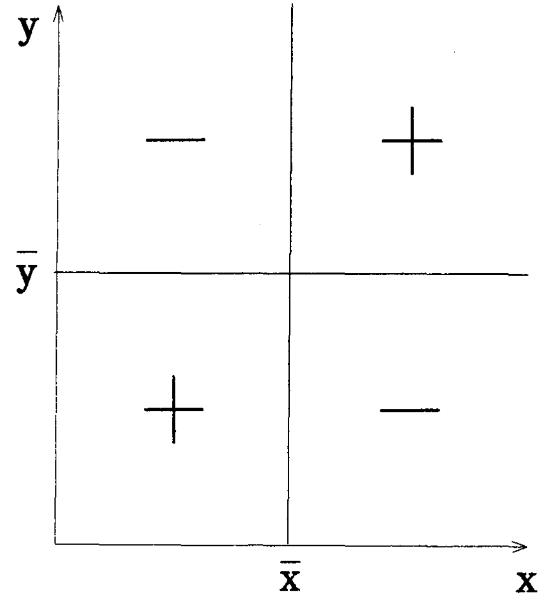
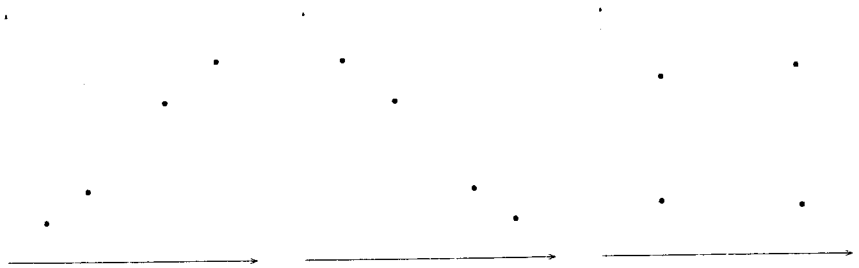


Abb. 1 Einteilung der Koordinatenebene



$s_{xy} >> 0$ $s_{xy} << 0$ $s_{xy} \approx 0$

Abb. 2 Prinzipskizze Verteilungen

(Vorbereitendes Erarbeiten der Verschlüsselungen oder Standardisierungen von Normalverteilungen kann über diesen etwas schwierigen Schritt hinweghelfen.)

Wir definieren den Korrelationskoeffizienten r als Kovarianz der standardisierten Werte:

$$\operatorname{cov}\left(\frac{(x-\overline{x})}{s_x}, \frac{(y-\overline{y})}{s_y}\right) = \frac{1}{n}\left(\sum \frac{(x-\overline{x})}{s_x} \cdot \frac{(y-\overline{y})}{s_y}\right) = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

Um die Eigenschaften von r herzuleiten, benötigen wir als einziges algebraisches Werkzeug die Ungleichheitsbeziehung zwischen den Mittelwerten in der einfachsten Gestalt, d. h.:

Für zwei beliebige Zahlen a und b ist

$$-\frac{1}{2}(a^2 + b^2) \leqq ab \leqq \frac{1}{2}(a^2 + b^2),$$

wobei eines der Gleichheitszeichen genau dann gilt, wenn a = b oder a = -b. Der Beweis erfolgt durch Umordnen von $(a \pm b)^2 \geqq 0$.

Wenden wir dies auf die standardisierten Wertepaare an, erhalten wir

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-\overline{x})^2}{s_x^2} + \frac{(y-\overline{y})^2}{s_y^2}\right) \leqq \frac{(x-\overline{x})(y-\overline{y})}{s_{xy}} \leqq \frac{1}{2}\left(\frac{(x-\overline{x})^2}{s_x^2} + \frac{(y-\overline{y})^2}{s_y^2}\right)$$

und nach Summierung über alle Zahlenpaare

$$-\frac{1}{2}(n+n) \leqq \frac{n \cdot s_{xy}}{s_x \cdot s_y} \leqq \frac{1}{2}(n+n),$$

womit $-1 \leqq r \leqq 1$ gezeigt ist.

Zudem gilt Gleichheit rechts und links in der letzten Ungleichung genau dann, wenn sich rechts und links dieselben Terme gegenüberstehen, was bedeutet, daß entweder

$$\frac{(x-\overline{x})}{s_x} = \frac{(y-\overline{y})}{s_y}$$

oder

$$\frac{(x-\overline{x})}{s_x} = -\frac{(y-\overline{y})}{s_y}$$

für alle Wertepaare ist, d. h. ein vollständiger linearer Zusammenhang von x und y besteht.

So ist r eine derart standardisierte Zahl, daß

$$-1 \leqq r \leqq 1$$

gilt, womit wir voll berechtigt sind, sie als Maß für das Ausmaß des linearen Zusammenhanges zwischen zwei Variablen zu betrachten, da sie die "extremen" Werte +1 und -1 genau dann annimmt, wenn die Variablen in linearer Beziehung stehen.

Bemerkung: Ein Beweis der Eigenschaften von r ist im Wesen gleichbedeutend mit einem Beweis der Cauchy-Schwarzschen Ungleichung; so kann das oben Vorgeführte als Beweis für die Ungleichheitsbeziehung der Mittelwerte gelten. Tatsächlich wurde unser Beweis durch einen der Beweise der Hölderschen Ungleichung, einer Verallgemeinerung der Cauchy-Schwarzschen Ungleichung, inspiriert.

Statistik für deutsche Hochschulen

Information der Zentralvergabe für Studienplätze - Sommersemester 91

"...

3.16 **Durchschnittsnote**

Tragen Sie hier die allgemeine Durchschnittsnote Ihrer Hochschulzugangsberechtigung bzw. Qualifikation ein. Die Durchschnittsnote muß auf eine Stelle nach dem Komma bestimmt sein, andernfalls ist eine gesonderte Bescheinigung erforderlich.

..."