

ZUM THEMA 'TESTEN VON HYPOTHESEN': WAS MAN AUS DER FORSCHUNGSPRAXIS FÜR DIE SCHULE LERNEN KANN

Manfred Buth, Hamburg

Zusammenfassung: Der Einsatz von Testverfahren bei Forschungsvorhaben ist durch zwei Merkmale gekennzeichnet, die bei der Behandlung im Stochastikunterricht leicht zu kurz kommen: Erstens werden manche Freiheiten und damit auch Unbestimmtheiten, die aus rein mathematischer Sicht noch offen bleiben, durch Voraussetzungen eingeschränkt, die sich aus dem inhaltlichen Zusammenhang der Untersuchung ergeben. Zweitens beginnt jede Untersuchung mit einer Planungsphase, in der u.a. der Stichprobenumfang festgelegt wird. Im folgenden soll anhand eines konkreten Beispiels eine inhaltliche Variante durchgespielt werden, die Erfahrungen aus dem Universitäts-Krankenhaus in Hamburg-Eppendorf aufgreift und dem Zweck dient, das Testen von Hypothesen im Unterricht verständlich zu machen.

1. Wo liegt das Problem ?

Eine bekannte Maxime der Pädagogik fordert, daß man im Unterricht möglichst an die Vorerfahrungen und Interessen der Schüler anknüpfen sollte. Um diese Forderung speziell auf das Testen von Hypothesen im Stochastikunterricht anzuwenden, ist vorab zu klären, welches Vorverständnis vom Überprüfen einer Vermutung man bei Schülern - oder ganz allgemein beim Laien - voraussetzen darf.

Meines Erachtens besteht der Kern des Vorverständnisses, unbeschadet aller individuell geprägten Unterschiede, etwa in der folgenden Vorstellung: Wer eine Vermutung hat, der möchte gern wissen, *ob* sein Verdacht zutrifft oder nicht. Er möchte ferner das Risiko kennen, das jemand eingeht, der seine Hypothese einem Test unterzieht und sich bei positivem Ausgang auf die Annahme der Vermutung einläßt. Es wäre im Sinne der oben genannten Maxime wünschenswert, daß der Stochastikunterricht, wenn es um das Testen von Hypothesen geht, an diese plausiblen Erwartungen der Schüler anknüpft. Doch das ist leider aus sachlichen Gründen nicht möglich, weil die genannten Fragen in der Stochastik nicht so beantwortet werden können, wie sie gestellt werden. Der mathematische Gehalt läßt nämlich nur ein sehr dürftiges Programm zu. Danach kann allein die folgende Frage geklärt werden: *Wenn* die Vermutung richtig ist, wie groß ist dann das Risiko, daß sie dennoch zurückgewiesen wird? Das wiederum interessiert, wie die Analyse typischer Schülerfehler zeigt, die Schüler nicht. Sie wollen wissen, *ob* die Hypothese richtig ist, und nicht, was geschieht, *wenn* die Hypothese richtig ist.

In einer früheren Veröffentlichung (BUTH 1991) wurde diese Situation näher untersucht, und es wurden bei der Gelegenheit auch Lösungsvorschläge unterbreitet. Im vorliegenden Aufsatz soll eine weitere Anregung gegeben

werden, wie man erstens die Verständnisschwierigkeiten, die das Testen von Hypothesen mit sich bringt, vermindern kann und wie sich zweitens der Unterricht an den realen Anwendungen orientieren läßt. Den Anlaß für die Untersuchung bildet der Versuch herauszufinden, wie das Testen von Hypothesen in der Praxis tatsächlich durchgeführt wird. Dabei haben sich die Erfahrungen im Universitäts-Krankenhaus in Hamburg-Eppendorf und dort genauer im Institut für Mathematik in der Medizin als besonders aufschlußreich erwiesen. Vor allem von Herrn Prof. Dr. J. Berger, dem ich für seine Bemühungen und sein Entgegenkommen zu großem Dank verpflichtet bin, erfuhr ich einige Einzelheiten über die Forschungspraxis, die in Schullehrbüchern nicht zu finden sind.

In den folgenden Abschnitten wird darüber näher berichtet und versucht, die Ergebnisse für den Stochastikunterricht zu nutzen.

Allerdings sollen dabei auch zwei Schwierigkeiten nicht verschwiegen werden. Die erste besteht darin, daß es kaum möglich ist, die hier berichteten Erfahrungen durch konkrete Literaturhinweise zu belegen. Offenbar gehört das hier wiedergegebene Verständnis zum praktischen know-how der beteiligten Mathematiker und wird höchstens in internen Forschungsberichten, nicht jedoch bei der Veröffentlichung näher ausgeführt. Zweitens werden bei den Untersuchungen auch Hilfsmittel eingesetzt, die den Rahmen der Schule überschreiten. Beispielsweise verwenden BERGER et. al. (1990) in dem angegebenen Vorhaben den t-Test von Student, um Mittelwerte zu vergleichen. Deshalb kann das vorhandene Material nicht direkt übernommen werden, so sehr das auch im Sinne einer unmittelbaren Praxisnähe zu wünschen wäre.

2. Das Testen von Hypothesen in der medizinischen Forschung

In der Forschungspraxis beginnt das Testen von Hypothesen mit der *Planung* einer Versuchsreihe, deren Ziel insbesondere darin besteht, unter Verwendung *kontextabhängiger* Informationen den *minimalen Stichprobenumfang* zu ermitteln.

Wie die Planung einer Versuchsreihe im einzelnen aussieht, soll zunächst an einem Beispiel erläutert werden.

Bei einer schweren Krankheit sei bekannt, daß ziemlich genau die Hälfte aller Patienten den Zeitraum von einem Jahr überlebt. In einer Versuchsreihe soll nun geprüft werden, ob ein neu entwickeltes Medikament sich gegen die Krankheit als wirksam erweist. Aufgrund von Vorversuchen kann als sicher gelten, daß die Todesrate durch die Substanz höchstens verkleinert, aber nicht heraufgesetzt wird. Andererseits legt man bei der Erhöhung der Überlebensrate ein Mindestmaß fest, das angibt, von welcher Heilwirkung an die chemische Substanz als ein Medikament gelten soll. In der Medizin liegt diese Marge bei etwa 75%. Nach Festlegung des Fehlerrisikos erster und zweiter Art wird

ermittelt, wie viele Fälle man benötigt, um zu entscheiden, ob die getestete Substanz im Rahmen der vorgegebenen Fehlergrenzen für ausreichend wirksam gehalten werden soll oder nicht. Als Fehlerrisiko erster Art sind in der Medizin 5% üblich und als Fehler zweiter Art 20%. Bei diesen Daten benötigt man, wie später noch gezeigt wird, etwa 30 Fälle, eine Zahl, die sich in der medizinischen Forschung verwirklichen läßt.

Das zunächst am Beispiel erörterte Verfahren besteht aus vier Schritten und sei noch einmal allgemein formuliert.

Erster Schritt: Man gibt aufgrund inhaltlicher Erfahrungen eine Wahrscheinlichkeit p_0 vor und wählt $p = p_0$ als Nullhypothese. Meistens ist p_0 gleich 50%. Wenn man keinen Anhaltspunkt hat, für welchen Wert man sich entscheiden soll, nimmt man ebenfalls 50% und erhält dann, wie sich zeigen läßt, eine obere Schranke für den Mindestumfang der Stichprobe.

Zweiter Schritt: Man setzt das Fehlerrisiko α der ersten Art und damit auch den Annahmehereich fest.

Dritter Schritt: Es wird eine Wahrscheinlichkeit p_1 mit $p_1 > p_0$ festgesetzt, oberhalb derer sich die chemische Substanz als medizinisch so wirksam erweist, daß man bereit ist, sie als Medikament anzuerkennen.

Vierter Schritt: Das Fehlerrisiko β der zweiten Art wird für $p = p_1$ festgelegt.

Fünfter Schritt: Man ermittelt den Umfang der Stichprobe aufgrund der gegebenen Daten.

Zur Durchführung des Verfahrens soll zunächst ein allgemeiner Rahmen abgesteckt werden. Wie man im konkreten Fall der Binomialverteilung vorzugehen hat, wird dann im nächsten Abschnitt ausführlich erörtert.

Die Alternativhypothese zu $p = p_0$ lautet generell $p \neq p_0$. Sie läßt sich aber wegen der inhaltlichen Annahmen zunächst auf $p > p_0$ und dann weiter auf $p > p_1$ einschränken. Wie sich im einzelnen noch zeigen wird, kann man beim Vorliegen weiterer inhaltlicher Voraussetzungen so vorgehen, als sei die Alternativhypothese $p = p_1$. In Abb. 1 sind die Verhältnisse schematisch dargestellt.

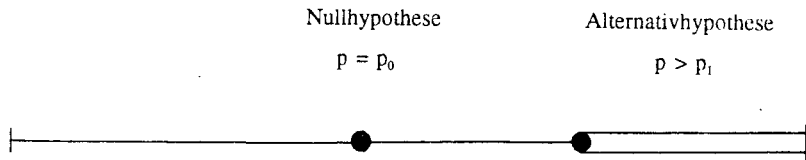


Abb. 1 Schematische Darstellung von Null- und Alternativhypothese

Um nun einen Ansatz für den Stichprobenumfang zu finden, gehen wir davon aus, daß $f_{n,p}$ die Funktion sei, die jeder natürlichen Zahl x die Wahrscheinlichkeit $f_{n,p}(x)$ für das Ergebnis zuordnet, daß bei einer Stichprobe vom Umfang n und zum Parameterwert p genau x Versuche positiv ausfallen. Die zu $f_{n,p}$ gehörige Verteilungsfunktion sei $F_{n,p}$. Sie ist zunächst nur für natürliche Zahlen definiert. Es wird sich aber im folgenden als nützlich erweisen, die Verteilung $F_{n,p}$ durch eine stetige Funktion zu approximieren oder zu interpolieren, die auf einem Intervall definiert ist, dort streng monoton wächst und jeden Wert im offenen Intervall von 0 bis 1 annimmt. Diese Funktion soll wiederum mit $F_{n,p}$ bezeichnet werden. Die Gleichung

$$F_{n,p}(x) = \xi \quad (1)$$

sagt dann aus, daß x die Stelle ist, an der die kumulierte Wahrscheinlichkeit den Wert ξ annimmt.

Unter den genannten Voraussetzungen für die Funktionen $F_{n,p}$ gibt es zum Parameterwert p_0 genau ein Argument x_0 derart, daß

$$F_{n,p_0}(x_0) = 1 - \alpha/2 \quad (2)$$

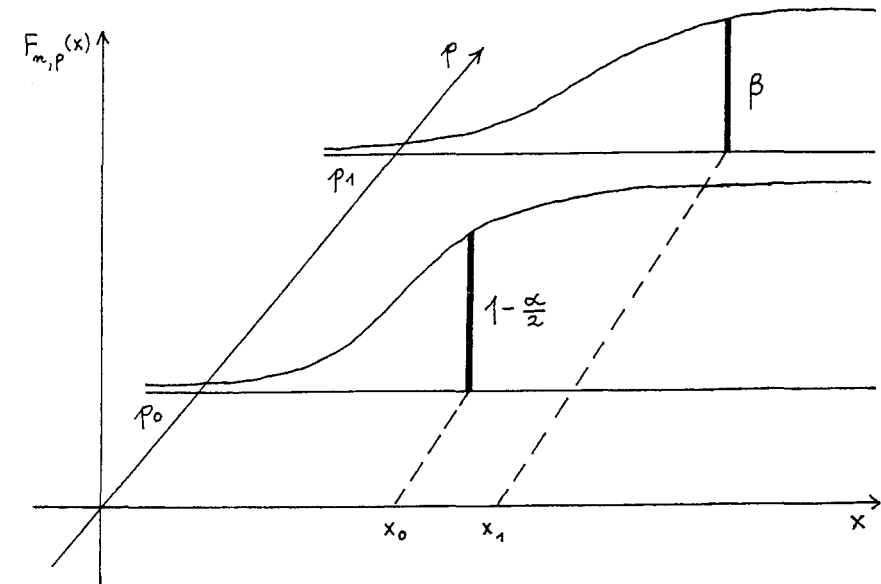
Entsprechend gibt es beim Parameterwert p_1 genau ein Argument x_1 derart, daß

$$F_{n,p_1}(x_1) = \beta \quad (3)$$

In diesen beiden Gleichungen ist n noch variabel. Wir wählen den Stichprobenumfang so, daß

$$x_1 = x_0 \quad (4)$$

gilt. Gleichung (4) kann in Verbindung mit (2) und (3) als eine Bedingung aufgefaßt werden, mit deren Hilfe sich der Stichprobenumfang n bei vorgegebenen Werten für p_0 , p_1 , α und β ermitteln läßt.

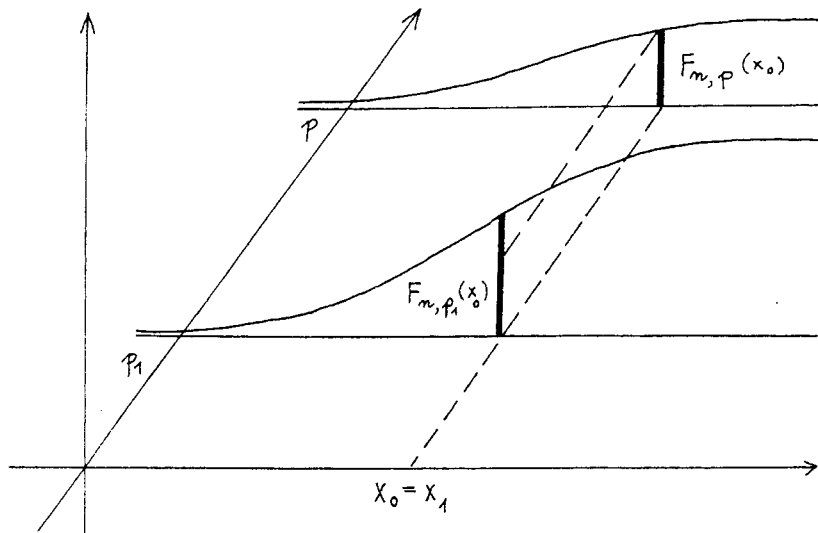
Abb. 2 Die Verteilungsfunktionen $F_{n,p}$ für die Parameterwerte p_0 und p_1

Wenn sich nun aufgrund der inhaltlichen Zusammenhänge des jeweiligen Einzelfalles herausstellt, daß die Bedingung

$$F_{n,p}(x_0) \leq F_{n,p_1}(x_0)$$

für den ermittelten Stichprobenumfang n , das Argument x_0 bzw. x_1 und für alle Parameterwerte $p > p_1$ erfüllt ist, dann gilt auch

$$F_{n,p}(x_0) \leq \beta \quad \text{für alle } p > p_1$$

Abb. 3 Zur Abschätzung von $F_{n,p}(x_0)$

Wir kommen damit zu dem Ergebnis: Wenn man beim Testen von Hypothesen der Alternativhypothese $p > p_1$ gegen die Nullhypothese $p = p_0$ den Stichprobenumfang n aus den drei Gleichungen (2) bis (4) ermittelt und wenn die, im einzelnen aufgeführten, inhaltlichen Voraussetzungen erfüllt sind, dann nimmt das Fehlerrisiko der ersten Art den vorgegebenen Wert α und das Fehlerrisiko zweiter Art den vorgegebenen Wert β an.

3. Durchführung im Fall der Binomialverteilung

Um die Überlegungen des vorigen Abschnitts auf die Binomialverteilung anwenden zu können, müssen die dort genannten Voraussetzungen geschaffen werden. Dabei kann die Erweiterung der Binomialverteilung zu einer Funktion grundsätzlich auf zwei Arten geschehen.

Im ersten Fall wird die Binomialverteilung durch jene spezielle Normalverteilung approximiert, welche den gleichen Mittelwert und die gleiche Varianz besitzt. Man benötigt von diesem ganzen Zusammenhang nur das folgende Einzelergebnis: Wenn $t(\xi)$ den tabellierten Wert bezeichnet, für den die Standardnormalverteilung die Wahrscheinlichkeit ξ annimmt, dann ist

$$x = np + t(\xi)\sqrt{np(1-p)} \quad (5)$$

der entsprechende Wert, für den die approximierende Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit ξ annimmt. Gleichung (5) ist im Grunde nichts anderes als Gleichung (1), auf die Normalverteilung spezialisiert und nach dem Argument x aufgelöst. Deshalb kann man auch sofort die Formeln (2) und (3) übertragen. Sie gehen über in die Gleichungen

$$x_0 = np_0 + t(1 - \alpha/2)\sqrt{np_0(1-p_0)}$$

und

$$x_1 = np_1 + t(\beta)\sqrt{np_1(1-p_1)}$$

Die Bedingung $x_1 = x_0$ liefert eine Bestimmungsgleichung, aus der sich der gesuchte Stichprobenumfang n ermitteln läßt. Sie lautet

$$np_1 + t(\beta)\sqrt{np_1(1-p_1)} = np_0 + t(1 - \alpha/2)\sqrt{np_0(1-p_0)}$$

Um sie nach n aufzulösen, ordnet man die Terme noch geeignet um zu

$$n(p_1 - p_0) = \sqrt{n} (t(1 - \alpha/2)\sqrt{p_0(1-p_0)} - t(\beta)\sqrt{p_1(1-p_1)})$$

Nun kann man auf beiden Seiten quadrieren und nach n auflösen. Das Ergebnis lautet

$$n = (p_1 - p_0)^{-2} (t(1 - \alpha/2)\sqrt{p_0(1-p_0)} - t(\beta)\sqrt{p_1(1-p_1)})^2$$

Mit den bereits genannten Zahlen

$$p_0 = 50\% \quad p_1 = 75\% \quad \alpha = 5\% \quad \beta = 20\%$$

und den Tabellenwerten

$$t(0.975) = 1.96 \quad t(0.20) = -0.84$$

erhält man

$$n = 28.9 \quad x_0 = x_1 = 19.7$$

also ganzzahlig gerundet

$$n = 29 \quad x_0 = x_1 = 20$$

Der Vorteil dieses Vorgehens besteht darin, daß man eine explizite Formel für den Stichprobenumfang erhält und so arbeitet, wie es in der Forschung tatsächlich geschieht. Nachteilig wirkt sich aus, daß man die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung voraussetzen muß und daß die Herleitung ziemlich abstrakt bleibt. Deshalb ist es für den Unterricht wohl doch günstiger, die Binomialverteilung zu interpolieren und die umfangreichen Rechnungen an einen Computer zu delegieren. Zu diesem Zweck legt man zunächst fest, daß

$$F_{n,p}(-1) = 0$$

gelten soll. Dann wird die Verteilung mit Hilfe der expliziten Formel

$$F_{n,p}(k+d) = F_{n,p}(k) + d(F_{n,p}(k+1) - F_{n,p}(k)) \text{ für } -1 \leq k < n \text{ und } k \text{ ganzzahlig und } 0 \leq d < 1$$

linear interpoliert. Dadurch entsteht eine stetige und abschnittsweise lineare Funktion, die monoton wächst und alle Werte zwischen 0 und 1 annimmt (vgl. Abb. 4).

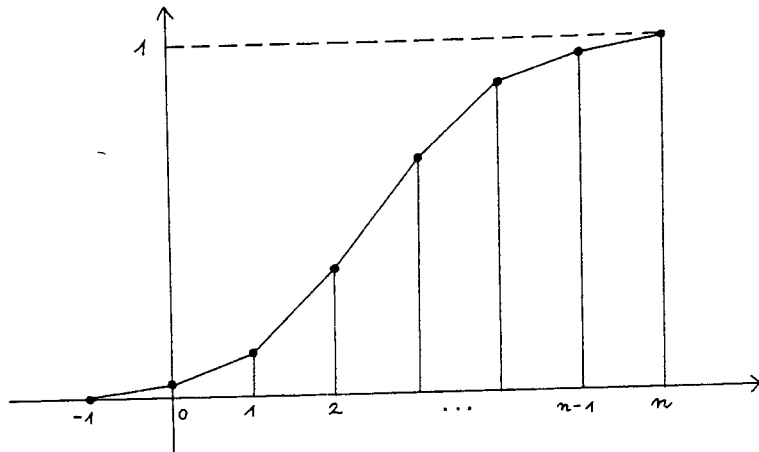


Abb. 4 Die interpolierte Binomialverteilung

Zu einer ersten Orientierung wurde die Tabelle 1 erstellt. In ihr sind die Werte $F_{n,p}(x)$ für die beiden Parameterwerte $p = 0.5$ und $p = 0.75$, für verschiedene Stichprobenumfänge und für einige ganzzahlige Werte im Argument zusammengestellt, wobei alle Funktionswerte in Prozenten angegeben sind.

	x = 16	x = 17	x = 18	x = 19	x = 20	x = 21	x = 22
p = 0.50							
n = 24	96.80	98.87	99.67	99.92	99.99	100.00	100.00
n = 25	94.61	97.84	99.27	99.80	99.95	99.99	100.00
n = 26	91.57	96.22	98.55	99.53	99.88	99.97	100.00
n = 27	87.61	93.90	97.39	99.04	99.70	99.92	99.98
n = 28	82.75	90.75	95.64	98.22	99.37	99.81	99.95
n = 29	77.09	86.75	93.20	96.93	98.79	99.59	99.88
n = 30	70.77	81.92	89.98	95.06	97.86	99.19	99.74
n = 31	63.99	76.34	85.95	92.52	96.46	98.53	99.47
n = 32	57.00	70.17	81.15	89.23	94.49	97.49	99.00
n = 33	50.00	63.58	75.66	85.19	91.86	95.99	98.25
n = 34	43.21	56.79	69.62	80.42	88.53	93.93	97.12
p = 0.75							
n = 24	23.38	39.26	57.78	75.34	88.50	96.02	99.10
n = 25	14.94	27.35	43.89	62.17	78.63	90.38	96.79
n = 26	9.09	18.05	31.48	48.46	66.29	81.56	91.98
n = 27	5.28	11.33	21.41	35.73	52.92	70.11	84.17
n = 28	2.94	6.79	13.85	24.99	40.03	57.21	73.62
n = 29	1.58	3.90	8.55	16.63	28.75	44.32	61.32
n = 30	0.82	2.16	5.07	10.57	19.66	32.64	48.57
n = 31	0.41	1.15	2.89	6.44	12.84	22.90	36.62
n = 32	0.20	0.60	1.59	3.78	8.04	15.36	26.33
n = 33	0.10	0.30	0.84	2.13	4.84	9.87	18.10
n = 34	0.04	0.15	0.44	1.17	2.81	6.10	11.93

Tabelle 1: Einige Werte für die Binomialverteilung

Das weitere Vorgehen sei an einem Ausschnitt aus der Tabelle erläutert

	x = 16	x = 17	
p = 0.50			
n = 25	94.61	97.84	Zwischenwert 97.50
p = 0.75			
n = 25	14.94	27.35	Zwischenwert 20.00

Für $n = 25$ und $p = 0.5$ liegt der vorgegebene Wert 97.50 für $1 - \alpha/2$ zwischen 94.61 und 97.84. Man erkennt sofort, daß die durch Interpolation zu ermittelnde Zahl x_0 näher an 17 als an 16 liegt. Die Rechnung ergibt 16.90. Für $n = 25$ und $p = 0.75$ ist das Argument zu suchen, dessen Funktionswert 20.00 beträgt. An den Werten 14.94 und 27.35 für $x = 16$ und $x = 17$ erkennt man, daß die gesuchte Zahl ebenfalls zwischen 16 und 17 liegt. Die genaue Rechnung ergibt 16.41.

In Tabelle 2 sind die interpolierten Werte für verschiedene Stichprobenumfänge angegeben. Wie man sieht, kann die Bedingung $x_1 = x_0$ nicht erfüllt werden. Es ist aber sinnvoll, den Stichprobenumfang so zu wählen, daß der Term $|x_1 - x_0|$ sein Minimum annimmt. Deshalb lautet das Ergebnis für die vorgegebenen Zahlenwerte

$$p_0 = 50\% \quad p_1 = 75\% \quad \alpha = 5\% \quad \beta = 20\%$$

zunehmend

$$n = 29 \quad x_0 = x_1 = 19$$

n	x_0	x_1	$ x_1 - x_0 $
24	16.34	15.70	0.64
25	16.90	16.41	0.49
26	17.55	17.15	0.40
27	18.07	17.86	0.21
28	18.72	18.55	0.17
29	19.31	19.28	0.03
30	19.87	20.03	0.16
31	20.50	20.71	0.21
32	21.00	21.42	0.42
33	21.67	22.16	0.49
34	22.23	22.88	0.66

Tabelle 2: Werte zur Berechnung des Stichprobenumfangs

Das Programm zur Berechnung der angegebenen Werte wurde in TURBO PASCAL 5.0 geschrieben und ist als Anhang beigelegt.

Bei der Frage, ob der Test einseitig oder zweiseitig anzusetzen ist, darf man sich nicht dadurch irritieren lassen, daß die Verteilung der p-Werte aus inhaltlichen Gründen auf den Bereich $p > p_0$ eingeschränkt wurde. Denn das ändert nichts daran, daß bei fest gewähltem Wert p_0 für die Nullhypothese die

Werte von x nach beiden Seiten hin um den Mittelwert schwanken können. Bei dem gewählten Beispiel $p_0 = 50\%$ geschieht das sogar in symmetrischer Weise. Also ist der Annahmehbereich für die Nullhypothese zweiseitig anzusetzen.

4. Didaktische Bemerkungen

Wenn man das Testen von Hypothesen im Stochastikunterricht behandelt, dann sollte man den Schülern als erste Maßnahme erklären, daß die Stochastik nicht alle Fragen beantworten kann, die sich aus dem Verständnis des Laien in natürlicher Weise ergeben, sondern nur ein stark eingeschränktes und für den Laien enttäuschendes Programm bereit hält. Zweitens sollte das Testen von Hypothesen exemplarisch an Beispielen aus der Praxis behandelt werden. Wenn nämlich kontextabhängige Elemente in den Unterricht explizit mit eingehen und das Moment der Planung besonders herausgehoben wird, dann kann das wenigstens zur Milderung der oben genannten Schwierigkeiten beitragen.

Bei der methodischen Umsetzung sehe ich einige Schwierigkeiten, die sich aber beheben lassen. Zunächst besteht die Gefahr, daß die kontextabhängigen Aussagen des jeweiligen Gegenstandsbereichs nicht klar genug von denjenigen unterschieden werden, die auch auf andere Beispiele übertragen werden können. Deshalb müssen die vom Einzelfall abhängigen Zusatzannahmen von den übrigen deutlich abgehoben werden. Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, daß die Einzelheiten bei der Bestimmung des Stichprobenumfangs den Rahmen des Schulalltags überschreiten. Man sollte daher das Verfahren qualitativ und möglichst anschaulich erläutern und den Schülern anschließend Daten zur Verfügung stellen, die vom Rechner stammen und das allgemein skizzierte Programm konkret ausfüllen. Meines Erachtens wird durch eine derartige Verwendung elektronischer Hilfsmittel noch kein unkritischer Umgang mit dem Rechner provoziert.

Es bleibt noch, konkrete Vorschläge für die Gestaltung des Unterrichts zu unterbreiten. Drei Möglichkeiten dafür sollen kurz vorgestellt werden. Wenn der Lehrer ein Beispiel aus der tatsächlichen Forschungspraxis referiert und dabei zwar unnötige Komplikationen wegläßt, aber andererseits die wesentlichen Züge richtig wiedergibt, dann halte ich das für eine Form der Unterrichtsgestaltung, gegen die jedenfalls in der gymnasialen Oberstufe nichts einzuwenden sein dürfte. Wenn aber ein Beispiel gesucht wird, das im Unterricht selbst untersucht werden kann, dann schlage ich vor, einen Pappkarton, der von der kubischen Form nicht all zu sehr abweicht, auf je drei Seiten mit der Aufschrift 'Wappen' bzw. 'Zahl' zu versehen und als etwas ungewöhnliche Variante einer Glücksmünze aufzufassen. Es ist klar, wie man die Aufschrift wählen muß, um $p = 50\%$ für das Auftreten von Wappen zu erreichen. Auch ist es ziemlich naheliegend, wie man $p > 50\%$ erreichen kann. An diesem Beispiel läßt sich der Stichprobenumfang konkret berechnen und hinterher eine Testserie starten. W. RIEMER schlägt in seinem Unterrichtsentwurf für Klasse 10 des Gymnasiums (1991) ein anderes Experiment vor. Er läßt die Schüler in einer Neuauflage der 'tea-tasting-lady' prüfen, ob eine Getränkeprobe einen farb- und geschmacklosen Koffeinzusatz enthält. Welches Beispiel man auch wählt, es muß den Schülern in jedem Fall deutlich werden, daß man ein Mindestmaß für den Parameter p angeben muß, durch das festgelegt wird, wann ein Schüler als ein guter Getränkeschmecker gilt oder eine Glücksmünze als gezinkt angesehen wird. Bei

dem Unterrichtsentwurf von W. Riemer wird auch die Abhängigkeit statistischer Ergebnisse vom Stichprobenumfang herausgestrichen und damit eine gute Vorbedingung für die explizite Bestimmung des Stichprobenumfangs geschaffen.

Die hier vorgetragenen Überlegungen konnten mangels Gelegenheit noch nicht im Unterricht erprobt werden. Es wäre aber wünschenswert, wenn Kollegen, die an dem Thema interessiert sind und täglich in der Schule arbeiten, den Vorschlag gelegentlich in ihren Unterricht einbeziehen.

LITERATUR

BERGER, J. et al: A Double-Blind Comparison of Metoprolol CR/20K 50 mg and Atenol 50 mg Once Dailey for Uncomplicated Hypertension, in: J. Clin. Pharmacol 1990: 30 :S72-S77

BUTH, M.: Die Behinderung des gesunden Menschenverstandes durch Stochastik, in: Stochastik in der Schule 11(1991) Nr. 3, 12-22 (s. auch die Anmerkung 23)

PETO, R. et al: Design and Analysis of Randomized Clinical Trials Requiring Prolonged Observation of Each Patient, in: Br. J. Cancer 1976; 34:585

RIEMER, W.: Zur Rettung des gesunden Menschenverstandes in der Statistik: Skizze einer für den NRW - Lehrplan erprobten Lernsequenz, in: Stochastik in der Schule 11(1991) Nr. 3, 24-36

Wesentliche Anregungen zu diesem Artikel stammen, wie bereits erwähnt, aus dem Institut für Mathematik in der Medizin des Fachbereichs Medizin der Universität Hamburg. Mein Dank gilt ebenfalls den Herausgebern und den beiden Gutachtern, deren Anregungen weitgehend in die Endfassung des Manuskripts mit eingeflossen sind.

Manfred Buth
Bataverweg 35
D-2000 Hamburg

ANHANG

```

program testplan; uses crt;

type vektor = array[-1..100] of real;
var i,k,n : integer; binom, binkoeff: vektor;
    a, b, hilfs1, hilfs2 : real;
procedure binomi (n:integer; pwert:real);
procedure koeff;
begin
  for k := 0 to n do
    binkoeff[k] := 1;
  for i := 2 to n do
begin
  hilfs1 := 1;
  for k := 1 to i do
begin
  hilfs2 := binkoeff[k-1]
    + binkoeff[k];
  binkoeff[k-1] := hilfs1;
  hilfs1 := hilfs2;
end;
  binkoeff[i] := 1;
end;
end;
end;
begin
koeff;
for k := 0 to n do
begin
  binom[k] := binkoeff[k];
  for i := 1 to k do
  binom[k] := binom[k]*pwert;
  for i := n downto k+1 do
  binom[k] := binom[k]*(1-pwert);
end;
end;
binom[-1] := 0;
end;
function umkehr
  (n:integer; pwert:real; argu:real) : real;
begin
  binomi(n, pwert); i := -1; hilfs1 := 0;
  repeat
  hilfs1 := hilfs1 + binom[i];
  hilfs2 := hilfs1 + binom[i+1];
  i := i + 1;
  until ((hilfs1<=argu) and (argu<=hilfs2));
  umkehr := i - 1 + (argu - hilfs1)/(hilfs2 -
    hilfs1);
end;
begin
  clrscr; writeln; writeln;
  writeln(' n    x0    x1 /x0 - x1/');
  writeln;
  for n := 24 to 34 do
  begin
  a := umkehr(n,0.5,0.975);
  b := umkehr(n,0.75,0.2);
  writeln(' ',n,' ',a:3:2,' ',b:3:2,
    ' ',abs(a-b):3:2);
  end;
  writeln; writeln;
  write('Drücken Sie die Enter-Taste!');
  readln;
end.

```