Welcher Fehler steckt in der Grafik?

von Heinz Klaus Strick, Leverkusen

Täglich werden wir in Zeitungen und Zeitschriften, in Informations- und Werbebroschüren, in Büchern und im Werbefernsehen mit Grafiken konfrontiert, die den Zweck haben sollten, den Betrachter auf einen Sachverhalt hinzuweisen und ihm einen schnellen Überblick zu verschaffen; durch Grafiken soll also die Aufmerksamkeit des Lesers erregt werden, und auf einen Blick sollen ihm wesentliche Informationen vermittelt werden.

Wenn man regelmäßig hinschaut, entdeckt man interessante Informationen, oft aber sind diese in falschen Größenverhältnissen oder zumindest in irritierender Form dargestellt. Manchmal kann man sich als Betrachter nicht des Eindrucks erwehren, daß die Grafiken von den Daten ablenken sollen.

Es könnte Ziel einer Unterrichtsreihe im Mathematikunterricht (im Stochastikunterricht) sein, zu vorgegebenen Daten geeignete Grafiken zu entwickeln. Allerdings lassen die bestehenden Lehrpläne und die geringe zur Verfügung stehende Zeit solche Sequenzen kaum zu.

Die folgenden angegebenen Beispiele waren - neben einer großen Zahl anderer Grafiken - innerhalb weniger Wochen in Tageszeitungen abgedruckt. Meines Erachtens sind diese Grafiken fehlerhaft, da sie gegen Regeln der Proportionalität verstoßen bzw. aufgrund von perspektivischen Verzerrungen einen falschen Eindruck vermitteln können.

Man kann den Standpunkt einnehmen, daß einige dieser Grafiken nicht "falsch" sind, da die korrekten Zahlen neben den gewählten Symbolen abgedruckt sind und die gewählten Symbole nur zur Illustration dienen sollen.

Es ist nicht Ziel dieses Beitrages, diese Frage zu diskutieren; vielmehr möchte ich nur die Anregung geben, gelegentlich den Schülern zu Beginn einer Unterrichtsstunde eine solche "fehlerhafte" Grafik vorzulegen, zu diskutieren und damit den Unterricht im positiven Sinne "aufzulockern": Die Schüler "wiederholen" gleichzeitig Unterrichtsstoff, den sie üblicherweise anderen Gebieten der Mathematik zuordnen: Volumenberechnungen, perspektivische Darstellungen u.a.m. In diesem Sinne gehört dieser Beitrag vielleicht auch gar nicht in eine Zeitschrift wie

Stochastik in der Schule **14** (1994) Nr. 2 S. 3 - 12

"Stochastik in der Schule". Aber: Man sollte bei einer solchen Übung natürlich nicht dabei stehen bleiben, nur den Fehler herauszufinden, den der Grafiker gemacht hat, sondern es können auch kurz alternative Darstellungsmöglichkeiten angesprochen werden. (Gelegentlich wird vielleicht auch einmal eine Klasse angeregt, diese Alternative in Form eines Leserbriefes an die Zeitung zu schicken. Hierin steckt mehr an Motivationsmöglichkeiten als bei der Durchführung einer geschlossenen Unterrichtsreihe zum Thema "Grafiken zu statistischen Zahlen").

Probieren Sie es selbst einmal aus: Finden auch Ihre (Mittelstufen-) Schüler die Fehler?

Beispiel 1: Bargeldloses Reisen auf dem Vormarsch

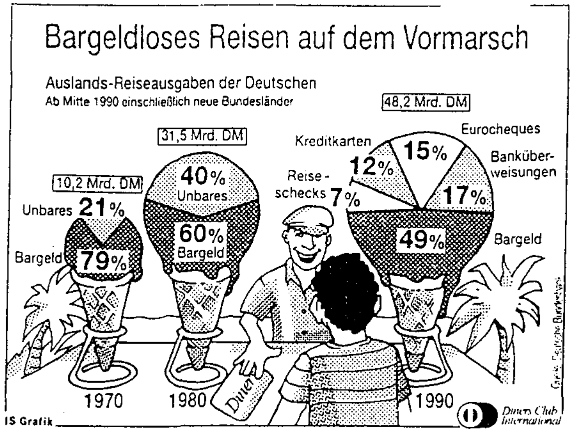


Abb.1

Die Idee des Grafikers ist originell: Denkt man an seinen Sommerurlaub, an Erholung, an Faulenzen am Strand, an ein Eis in einer Eisdiele, dann fällt einem vielleicht auch ein, wie lästig es doch ist, im Urlaub die Taschen voller Münzen in einer fremden Währung haben zu müssen! Besitzer einer Kreditkarte haben dies nicht nötig. Ob man allerdings sogar das Eis an der Ecke mit seiner Kreditkarte bezahlen kann, ist die Frage, aber hier nicht von Bedeutung ...

Die Auslands-Reiseausgaben der Deutschen sind dargestellt als unterteilte Eiskugeln. Da das Ausgabevolumen im Laufe der Jahre (von 1970 bis 1990) zugenommen hat, mußte natürlich dann auch das Volumen der Eiskugeln zunehmen.

Was stimmt an der Grafik nicht?

Das Volumen einer Kugel berechnet man nach der Formel $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Bei einer korrekten Darstellung hätte der Radius der Eiskugeln also proportional zur dritten Wurzel aus dem Ausgabevolumen zunehmen müssen. Das ist - wie in der folgenden Tabelle abzulesen ist - nicht der Fall. Selbst wenn man dem Grafiker einräumt, daß die Eiskugeln eher flächig wirken, muß man feststellen, daß auch die Flächeninhalte der Kreise nicht proportional zum Ausgabevolumen wachsen.

Ausgabevolumen V_A in Mrd. DM	Radius r der Eiskugel in mm	$\frac{V_A}{r^3}$	$\frac{V_A}{r^2}$
10,2	7	0,030	0,21
31,5	11	0,024	0,26
48,2	13,5	0,020	0,26

Tab. 1

Beispiel 2: Die größten Handwerkszweige

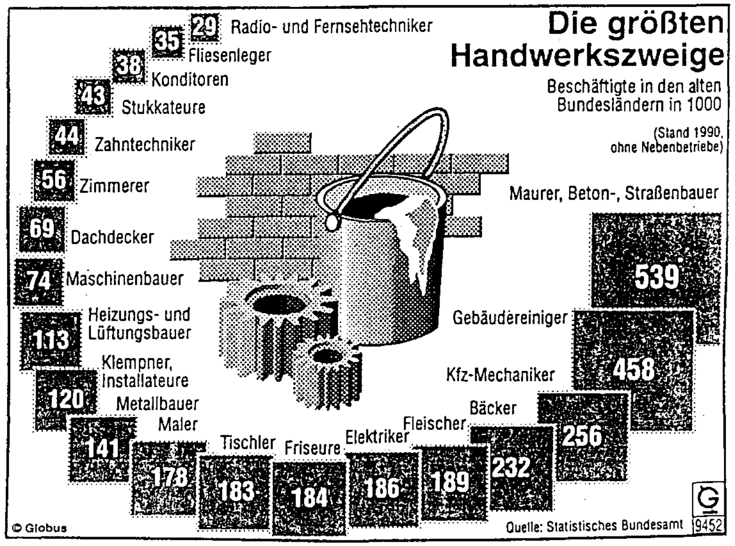


Abb. 2

Der Grafiker hat in der Schule aufgepaßt: Die Quadrate haben eine Fläche, deren Maßzahl (Einheit mm^2) ziemlich genau den Anzahlen der Beschäftigten entspricht. Beispiel: 256(000) Kfz-Mechaniker gibt es in der BRD; das gezeichnete Quadrat hat etwa die Seitenlänge 16 mm, also eine Fläche von 256 mm^2.

Was stimmt an der Grafik nicht?

Gegenstände, die in einem räumlichen Bild in den Vordergrund gestellt werden, müßten eigentlich (wegen der perspektivischen Tiefenverkürzung) größer gezeichnet werden als vergleichbare im Hintergrund. Da der Grafiker die Handwerke nach der Anzahl der Beschäftigten geordnet hat, stehen etwa gleich große Quadrate nebeneinander, so daß dieser Fehler nicht auffällt.

Beispiel 3: Schuldenberge

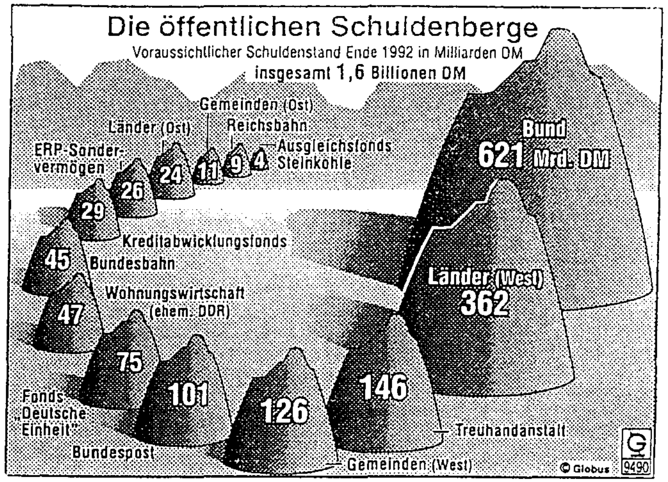


Abb. 3

Die gestaffelte Anordnung (wie in Beispiel 2) wählte auch der Grafiker der folgenden beiden Darstellungen. Die gezeichneten Schuldenberge sind von der Gestalt her ähnlich, d.h. das Volumen dieser Berge müßte eigentlich proportional zur 3. Potenz des Durchmessers (nicht überall abmeßbar) oder der Berghöhe gezeichnet sein. Vergleichen wir aber die 3. Potenzen der Berghöhen mit den vorgegebenen Volumina, dann stellen wir keine Quotientengleichheit fest. Offen-

sichtlich hat der Grafiker die Berge aber "flächig" gerechnet, denn das Verhältnis $V_S : h^2$ ist etwa konstant.

Schuldenvolumen V_S in Mrd. DM	Höhe h des Schuldenberges in mm	$\frac{V_S}{h^3}$	$\frac{V_S}{h^2}$
621	54	3,9	21,3
362	41	5,2	21,5
146	26	8,3	21,6

Tab. 2

Beispiel 4: Kapazitäten der deutschen Flughäfen

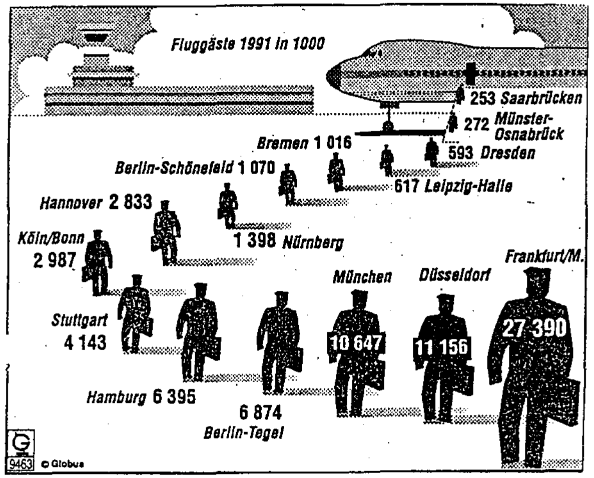


Abb. 4

Der Grafiker hat die Größen der Figuren korrekt berechnet: Die Figuren sind flächig gezeichnet, d.h. der Flächeninhalt der Figuren entspricht den Zahlen, die an den Figuren stehen.

Was aber stimmt an der Grafik nicht?

Wenn man die Zahlen in der Grafik nicht beachtet, hat man den Eindruck: da gehen Leute hintereinander zu einem Flugzeug (oder verlassen es gerade); der Fluchtpunkt der Zentralprojektion liegt am Horizont; Menschen sind entsprechend dieser Zentralprojektion richtig gezeichnet: die Figuren müßten zum Hintergrund immer kleiner werden.

Die Figuren in der Grafik werden tatsächlich immer kleiner, aber die Größenordnung der Figuren soll etwas über die Kapazitäten der Flughäfen aussagen. Das Hintereinander-Anordnen der Männchen stört also bei dieser Grafik (bedingt auch durch das im Hintergrund zu sehende Flugzeug und das Gebäude).

Beispiel 5: Das Vermögen der Deutschen

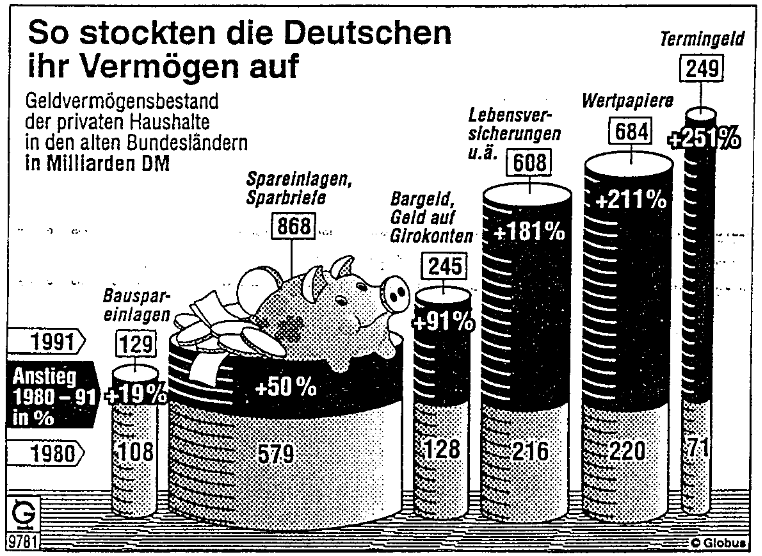


Abb. 5

Zunächst fallen einem natürlich die erstaunlichen Vermögensanstiege auf, die an jeder einzelnen Säule ablesbar sind; diese Darstellungen sind - bezogen nur auf

die jeweilige Säule - korrekt. Aber vergleicht man die einzelnen Säulen miteinander, dann wundert man sich. Eigentlich müßten Volumen der Säulen

($V = r^2 \cdot h \cdot \pi$) proportional zum Geldvermögensbestand G (in Mrd. DM) sein. Wir messen und berechnen:

Beispiel	r	h	V	G	V/G
Spareinlagen	2,2 cm	3,1 cm	47,1 cm^3	868	18,4
Wertpapiere	0,8 cm	6,4 cm	12,9 cm^3	684	53,0

Tab. 3

Wurde auch hier "flächig" gedacht? Tatsächlich: Die Maßzahlen der gezeichneten Flächen sind proportional zu den Zahlenangaben bzgl. des Vermögensbestandes!

Aber irgend etwas irritiert noch zusätzlich!?

Des Rätsels Lösung: Der Grafiker hat zunächst den Stand von 1980 dargestellt - mit lauter gleich hohen Säulen; der Durchmesser wurde fälschlicherweise proportional zum damaligen Vermögensstand gewählt, so daß also die Flächengröße proportional zum Vermögensstand war. Jede einzelne Sparte entwickelte sich unterschiedlich, so daß die Säulen (Stand 1991) unterschiedlich hoch und breit werden mußten!

Beispiel 6: Billige Wohnungen

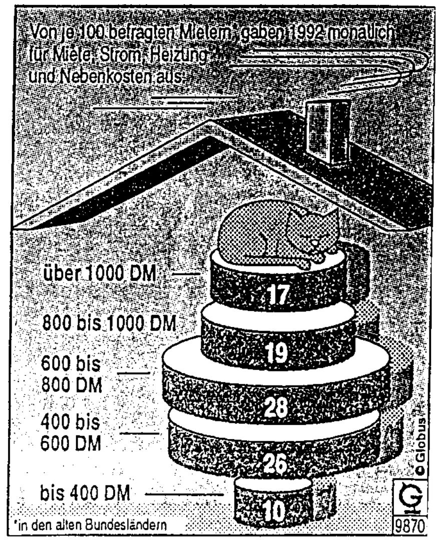


Abb. 6

Originell ist auch die Grafik zu den Wohnungsmieten. Ob die Katze auf dem wackeligen Turm von gleichhohen Scheiben liegen bleibt, geht einem vielleicht durch den Kopf. Nach dieser kleinen Ablenkung ist der Blick dann frei für die eigentliche Grafik. Die 10 % glücklichen Mieter mit bis zu 400 DM Monatsmiete "verlieren" sich in den anderen Scheiben.

Was aber stimmt an der Grafik nicht?

Der Grafiker hat räumlich dargestellt, aber "flächig" gerechnet. Ein Balkendiagramm wäre angebrachter gewesen. Ob sich dann aber die Katze wohl gefühlt hätte?

Beispiel 7: Unser täglich Brot

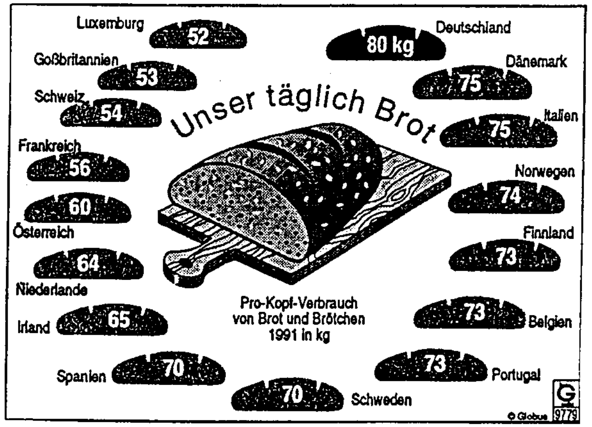


Abb. 7

Stellen Sie sich auch das Brot so vor wie in der Grafik abgebildet - dreidimensional, zum Hineinbeißen? Dann sind Sie sicher auch von den Darstellungen des Länderverzehrs irritiert. Zu nächst wirkt das schwarze deutsche Brot kleiner als das graue dänische oder italienische Brot, aber das ist vielleicht nur eine kleine optische Täuschung.

Die Darstellung ist flächig gehalten und entsprechend konsequent hat der Grafiker die Maßzahl der Fläche (das Quadrat der Länge) des Brotsymbols proportional zum Pro-Kopf-Verbrauch gezeichnet. Also doch nichts Dreidimensionales, zum Hineinbeißen?

Beispiel 8: Müllberge der Welt

Es ist schon erstaunlich, welche Müllberge von jedem Bürger im Laufe eines Jahres produziert werden. Stehen wir Deutschen nicht glänzend da im internationalen Vergleich?

Aber: Irgend etwas stimmt da nicht!

Sieht die US-Mülltonne nicht so groß aus, daß sogar die Inhalte der kleineren Mülltonnen der Franzosen, Deutschen, Österreicher und Briten hineinpassen? Der Grafiker hat ein räumliches Symbol (die Mülltonne) gewählt, aber die Mülltonnen "flächig" gezeichnet. Das Verhältnis der Höhen der Mülltonnen entspricht den Müllmengen der einzelnen Länder, aber auch die Breite der Mülltonnen entspricht dem Verhältnis der Müllmengen! Deshalb wirken die großen Tonnen viel zu groß!

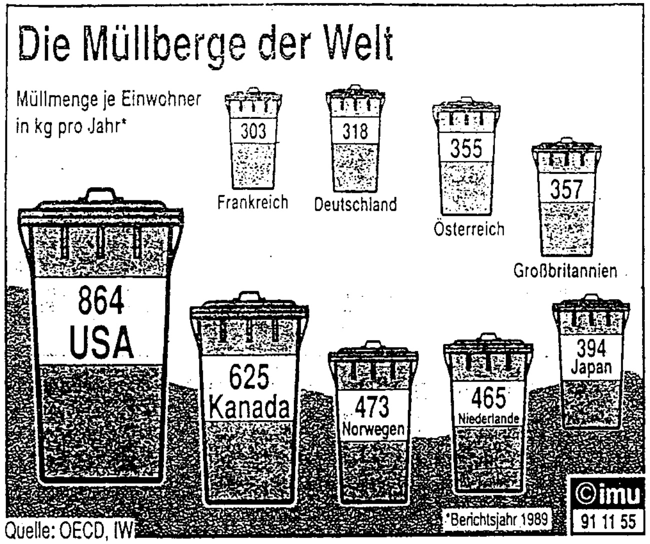


Abb. 8

Beispiel: US-Bürger produzieren 1,38mal soviel Müll wie die Kanadier. Wenn man aber die Mülltonne der US-Amerikaner 1,38mal so breit und 1,38mal so hoch wie die der Kanadier zeichnet, dann paßt in die (flächige Mülltonne $1{,}38^2$mal soviel Müll hinein, die Müllmenge wäre der Zeichnung gemäß etwa 1,9mal so groß.

Beispiel 9: Öl für Deutschland

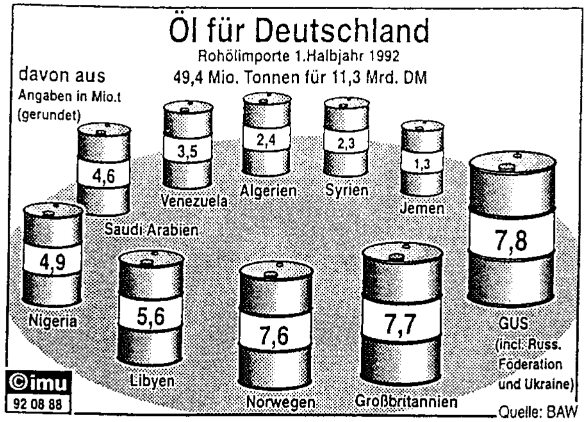
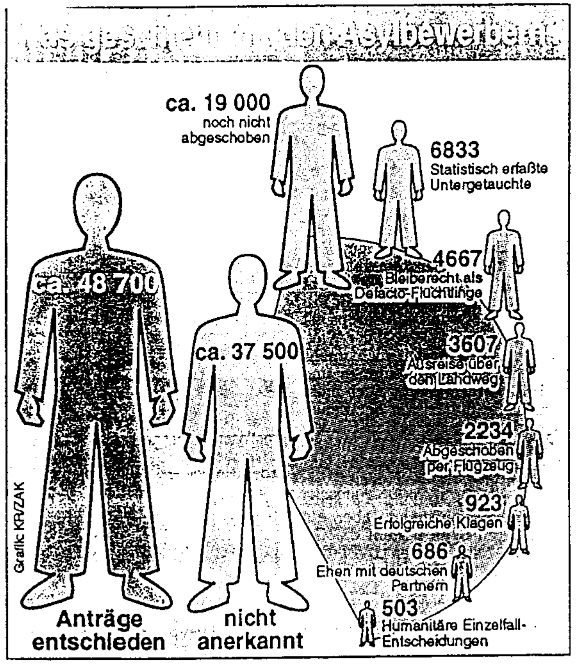


Abb. 9

Schon mit einem Blick erkennt man, daß hier etwas nicht stimmen kann. Aber weder sind die Maßzahlen der Flächen noch der Volumina der gezeichneten Tonnen proportional zur importierten Rohölmenge.

Beispiel 10: Asylbewerber



Zum Abschluß: Können Sie herausfinden, nach welchen Überlegungen die Größe der Figuren gezeichnet wurden?

Heinz Klaus STRICK
Pastor-Scheibler-Str. 10
51381 Leverkusen