

# Wie gut ist unser Mathematikunterricht?

## Die TIMSS-Studie

Gerhard König, Karlsruhe

### Ergebnisse und Reaktionen im Überblick

Ende 1996 wurden die Ergebnisse einer großen internationalen Studie veröffentlicht (TIMSS: *Third International Mathematics and Science Study*, durchgeführt von der IEA: *International Association for the Evaluation of Educational Achievement*), bei der u.a. die Leistungen von Siebt- und Achtklässlern aus 41 Ländern in Mathematik getestet worden sind. Dabei haben die Schülerinnen und Schüler aus Deutschland vergleichsweise schwach abgeschnitten, sie liegen nur im weltweiten Durchschnitt (23. Rang von 41). Werden von den 41 Ländern nur die 26 OECD-Staaten betrachtet (in der Presse mitunter mißverständlich als "OECD-Studie" bezeichnet, so liegt Deutschland sogar in der unteren Hälfte (16. Platz unter 26 Ländern).

Die Überschriften zu den dazugehörigen Berichten in den Zeitungen lasen sich dann in etwa folgendermaßen: "Deutsche Schüler schlecht im Rechnen", "Deutsche Schüler keineswegs Spitze", "Mathe: Blauer Brief. Deutsche Schüler hinken hinterher", "Die Klassenbesten kommen aus dem Fernen Osten". Was ist nun tatsächlich passiert, und wie sind welche Ergebnisse zu deuten? Dies soll im folgenden skizziert, am Beispiel der Stochastik veranschaulicht und schließlich kommentiert werden.

TIMSS wurde von der Internationalen Vereinigung zur Evaluation von Schulleistungen (IEA), einer unabhängigen Vereinigung von Forschungszentren in 53 Staaten, betreut. Beteiligt waren insgesamt rund 15000 Schulen mit über einer halben Million Schüler in 45 Staaten. Untersucht wurden die Leistungen in den 7. und 8. sowie den 12. und 13. Jahrgangsstufen in den Fächern Mathematik, Physik, Chemie und Biologie. Die Ergebnisse aus den 7. und 8. Klassen waren diejenigen, die Furore machten; die Ergebnisse aus der Sekundarstufe II sollen Ende 1997 vorliegen.

In Deutschland haben das *Max-Planck Institut für Bildungsforschung* (MPIB), Berlin, das *Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften* (IPN), Kiel sowie die Berliner Humboldt-Universität (HUB) die Studie erarbeitet. Die Untersuchung wurde vom *Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie* (BMBF) gefördert. Auf einer Pressekonferenz in Berlin wurden die Ergebnisse deutscher Schüler im Februar 1997 vorgestellt.

Nach den Befunden von TIMSS sind deutsche Schülerinnen und Schüler in der Gruppe mathematischer Spitzenleistungen erheblich unter- und im Bereich der naturwissenschaftlichen Spitzenleistungen durchschnittlich repräsentiert. Dies ist kein Widerspruch zu den zum Teil hervorragenden Erfolgen in internationalen Wettbewerben. Mathematisch oder naturwissenschaftlich hochleistungsfähige Schüler erreichen auch in Deutschland teilweise mit Hilfe der Schule, nicht selten aber auch - wie aus den Biographien der Teilnehmer an den Physik- und Chemie-Olympiaden zu ersehen ist - trotz der Schule internationale Spitzenleistungen. Die Gruppe dieser Schüler ist jedoch im internationalen Vergleich eher klein.

Nun dazu etwas genauer:

### **Ergebnisse in Mathematik**

- Die Mathematikleistungen liegen am Ende der 8. Jahrgangsstufe in Deutschland nahe am internationalen Mittelwert. Dies entspricht einem Fähigkeitsniveau, auf dem mathematische Routineverfahren, die Unterrichtsstoff der 6. bis 8. Jahrgangsstufe sind, einigermaßen sicher ausgeführt werden können. Auf demselben Leistungsniveau liegen 11 weitere TIMSS-Teilnehmerländer, die eine breite Mittelgruppe bilden.
- Äquivalente Leistungen erreichen vornehmlich die angelsächsischen Länder. Die deutschen Leistungsergebnisse für das Fach Mathematik unterscheiden sich zum Beispiel über das gesamte Leistungsspektrum nicht von denen der USA. Die deutschen Schüler erreichen dieses Leistungsniveau allerdings in einem höheren Lebensalter als die Schüler der übrigen Länder der Mittelgruppe.
- Die Schülerinnen und Schüler der Mehrzahl der nord- und westeuropäischen TIMSS-Teilnehmerstaaten gehören im Fach Mathematik einer leistungsfähigeren Gruppe an, deren Testwerte im Durchschnitt etwa eine halbe Standardabweichung über den mittleren Mathematikleistungen der deutschen Schülerinnen und Schüler liegen. Diese Differenz entspricht dem Leistungsfortschritt von gut einem Schuljahr.
- Die Mathematikleistungen der internationalen Spitzengruppe, die von asiatischen Ländern (z.B. Japan, Korea, Singapur) gebildet wird, liegen für deutsche Schüler in unerreichbarer Höhe. Die Schülerleistungen in diesen Ländern stehen für ein qualitativ anderes Niveau mathematischen Verständnisses. Nicht einmal die Gymnasiasten allein erreichen in Mathematik die durchschnittliche Leistung aller Schüler in diesen Ländern.

Die Leistungsvorsprünge der asiatischen Schüler der höheren Fähigkeitsgruppen sind weniger quantitativer als qualitativer Natur. In den leis-

tungsstärkeren Gruppen wird ein höheres Niveau mathematischen und naturwissenschaftlichen Verständnisses erreicht, das nicht durch Drill zu vermitteln ist. Der intensiviertere Vergleich des Mathematikunterrichts in Japan, USA und Deutschland auf der Basis von Video-Aufnahmen zeigt für Japan exzellente Beispiele für einen an Verstehen und Problemlösen orientierten und durch kluge und anspruchsvolle Formen des Übens gekennzeichneten Mathematikunterricht. Es findet ein ständiger Wechsel zwischen verschiedenen Lehrformen statt, und für Aufgaben werden mehrere Lösungswege erarbeitet und in der Klasse diskutiert.

- Die relativen Leistungsstärken der deutschen Schüler der 8. Jahrgangsstufe liegen in der Arithmetik, im Umgang mit Maßeinheiten und in der deskriptiven Statistik. Die relativen Schwächen liegen in den mathematischen Kernbereichen Algebra und Geometrie.

### **Ergebnisse in Stochastik**

Den Schülern wurden in den Gebieten Arithmetik, Algebra, Geometrie und Stochastik Aufgaben gestellt, die zuvor sorgfältig ausgesucht worden waren, um sicherzustellen, daß sie den Lehrplänen für Mathematik und Naturwissenschaften der verschiedenen Länder entsprachen. Fragen, die Schüler aus einigen Ländern benachteiligen könnten, wurden vermieden. Es wurde eine Skala mit Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeitsgrade aufgestellt, und die Leistungsfähigkeit der Schüler wurde sodann als eine Punktzahl auf dieser Skala dargestellt.

Nun im einzelnen zu den Leistungen der deutschen Schüler in einigen Bereichen der Stochastik. Die Aufgabenbeispiele stammen aus Baumert e.a. (1997), wo auch die Schwierigkeitsgrade angegeben sind. Zu den Schwierigkeitsgraden der Aufgaben, über die einzelnen Länder verteilt, s. Beaton e.a. (1996). Für die Schweizer Ergebnisse s. Moser e.a. (1997)

Die Aufgaben dieses Bereichs erfassen die Fähigkeit, Tabellen, graphische Darstellungen und Abbildungen zu lesen sowie ein elementares Verständnis von Wahrscheinlichkeit. Die Ergebnisse zeigen, daß die meisten Schüler einfache piktographische Darstellungen gut verstehen (vgl. Beispiel 1) und auch selbst herstellen können. Dagegen können Informationen aus der graphischen Darstellung einer nichtlinearen Beziehung (z.B. in O1: Bremsweg eines Autos) sicher erst bei einem Fähigkeitsniveau entnommen werden, das in der Regel in der Realschule erreicht wird. Vergleicht man die Ergebnisse mit anderen Ländern, so schnitten die deutschen Schüler bei dieser Aufgabe noch gut ab.

Stochastik hat in vielen wissenschaftlichen und praktischen Bereichen erheblich an Bedeutung gewonnen. Dennoch bereitet selbst ein elementares Verständnis

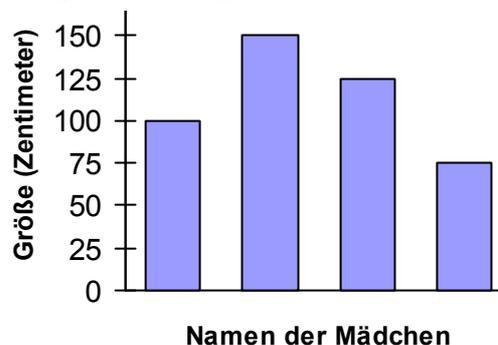
von Wahrscheinlichkeit vielen Menschen unterschiedlichen Alters und unterschiedlicher Bildung Schwierigkeiten. Man arrangiert sich im Alltag sehr viel besser mit Häufigkeiten als mit Wahrscheinlichkeiten. So ist es nicht verwunderlich, daß für Achtkläßler eine Aufgabe, die bei gegebener Wahrscheinlichkeit nach der Häufigkeit fragt, ausgesprochen schwierig ist, zumal Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht in allen Schulformen und Bundesländern in der 8. Klasse behandelt wird (Beispiel 2).

Nahezu unüberwindliche Schwierigkeiten bereitet erstaunlicherweise eine Aufgabe praktischer vergleichender Datenanalyse. Das dazugehörige Aufgabenbeispiel, in dem ein Vergleich von Zeitungsannoncen gefordert ist, lösten in der Bundesrepublik nur 14 Prozent der Schüler korrekt. Gerade in der Bewältigung angewandter Aufgaben treten international die größten Leistungsdifferenzen auf (Beispiel 3).

### Illustrative Beispiele für Aufgaben

Die folgenden Beispiele entstammen aus dem Sachgebiet Darstellung und Analyse von Daten sowie Wahrscheinlichkeitsrechnung, zum Teil mit Angabe der Schwierigkeitsgrade. Dabei bedeutet ein Schwierigkeitsgrad von 0,45, daß 45% der Schüler diese Aufgabe gelöst haben. Je größer der Zahlenwert eines Schwierigkeitsgrades ist, desto leichter ist also diese Aufgabe.

**Beispiel 1 (=Q4):** Das Diagramm zeigt die Größe von vier Mädchen



Ihre Namen fehlen in dem Diagramm. Doris ist die größte, Anja die kleinste. Dagmar ist größer als Sabine. Wie groß ist Sabine?

**Beispiel 2 (=O5):** Jede der sechs Flächen eines Würfels ist entweder rot oder blau angemalt. Beim Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit  $\frac{2}{3}$ , daß Rot oben liegen bleibt. Wie viele Flächen sind rot?

- A. Eine
- B. Zwei
- C. Drei
- D. Vier
- E. Fünf

Schwierigkeitsgrad: 0,45 in Klasse 7 und 0,50 in Klasse 8.

International: 0,80 bis 0,88 in Singapur, etwa 0,70 in Belgien, Hongkong, Japan, Korea, 0,60 in der Schweiz, 0,36-0,39 in England.

**Beispiel 3 (=V2):** Diese beiden Anzeigen sind in einer Zeitung erschienen in einem Land, in dem die Währungseinheit *zeds* ist.

GEBÄUDE A	GEBÄUDE B
Büroräume zu vermieten	Büroräume zu vermieten
85-95 Quadratmeter	35-260 Quadratmeter
475 <i>zeds</i> pro Monat	90 <i>zeds</i> pro Quadratmeter pro Jahr
100-120 Quadratmeter	
800 <i>zeds</i> pro Monat	

Eine Firma ist daran interessiert, ein 110 Quadratmeter großes Büro in diesem Land für ein Jahr zu mieten. In welchem Bürogebäude, A oder B, sollte sie das Büro mieten, um den niedrigeren Preis zu bekommen? Wie rechnest Du?

Schwierigkeitsgrad: 0,14

International: Österreich: 0,17 (Klasse 7), 0,25 (Klasse 8), Schweiz: 0,16 (Klasse 7), 0,26 (Klasse 8), Singapur: 0,49-0,55, Japan und Korea: 0,38-0,50

### **Kommentar**

Wie sind die für Deutschland enttäuschenden, z.T. alarmierenden Ergebnisse einzuschätzen? Die gemeinsame Erklärung der Fachverbände DMV, GDM, MNU argumentiert folgendermaßen: "Einige der Gründe liegen sicher außer-

halb der Mathematik in der gesamtgesellschaftlichen Sicht von Schule; so geht die öffentliche Wertschätzung für schulisches Lernen offenbar immer mehr zurück, und damit einhergehend vermindern sich die verbindlichen Leistungsanforderungen, was insbesondere auch für den Mathematikunterricht negative Auswirkungen hat (und dort besonders gut aufzeigbar ist). Auf dieses gesellschaftspolitische Problem müssen wir aufmerksam machen. Bildungsanstrengungen müssen bei uns wieder einen hohen Stellenwert erhalten, wie sie ihn in den genannten asiatischen Staaten in besonderem Maße besitzen."

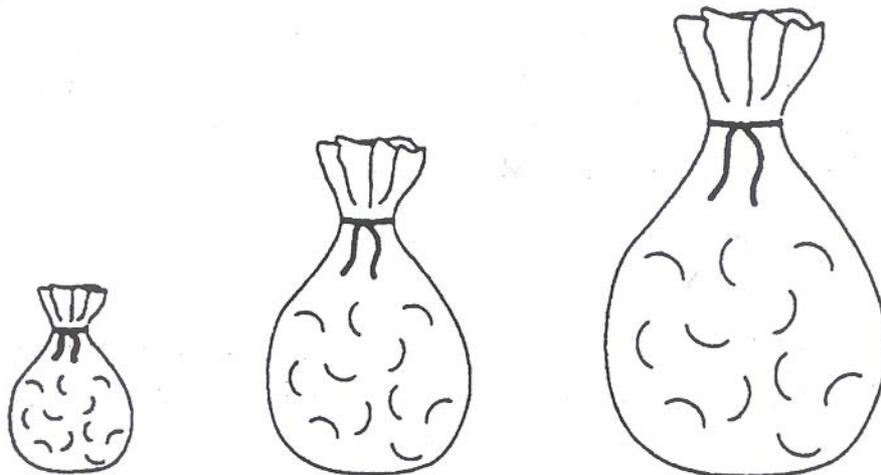
Unter mathematik-spezifischen Aspekten fällt auf, daß die Schüler aus Deutschland bei reinen Routineaufgaben aus Arithmetik und Algebra meist besser abgeschnitten haben als bei geometrischen Problemstellungen und daß sie vor allem bei Aufgaben, in denen ein inhaltliches Eingehen auf gegebene Problemsituationen oder ein selbständiges Anwenden von mathematischen Verfahren erforderlich waren, enttäuscht haben. Auch bei zeitlich weiter zurückliegenden Themengebieten liegen sie eher unter dem Durchschnitt.

Die gemeinsame Erklärung der Fachverbände zeigt ein weiteres Problem des deutschen MU auf: "Zu kurz kommen insbesondere das selbständige, aktive Problemlösen, das inhaltliche, nicht-standardisierte Argumentieren, das Herstellen von Verbindungen mathematischer Begriffe mit Situationen aus Alltag und Umwelt sowie ein wiederholendes und vertiefendes Wiederaufgreifen weiter zurückliegender Stoffe und deren Vernetzung. Wie Begleitstudien zeigen, ist es mit vielen dieser Punkte z.B. in Japan deutlich besser bestellt."

Anders argumentiert Führer (1997): Die Asiaten seien gar nicht so gut im Problemlösen, und es handele sich bei den sog. Problemaufgaben (Problem solving) um trainierbare Routinen.

Was halten Sie z.B. von folgender Aufgabe der Kategorie "Solving Problems", die allerdings auch "nur" von 78% der deutschen Siebtklässler und von 83% der deutschen Achtklässler gelöst wurde?

(=M3): In jedem dieser Beutel gibt es nur eine rote Murmel.



10 Murmeln

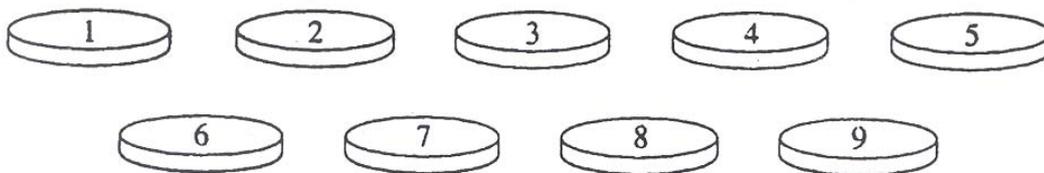
100 Murmeln

1000 Murmeln

Du sollst ohne hinzusehen aus einem der Beutel eine Murmel herausnehmen. Bei welchem Beutel ist die Chance am größten, daß Du die rote Murmel ziehst?

Und wie beurteilen Sie diese?

(=N18): Die neun abgebildeten Spielsteine werden in einem Sack gemischt.



Madeleine zieht einen Spielstein aus dem Sack. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie einen Spielstein mit einer geraden Zahl zieht?

- A.  $\frac{1}{9}$
- B.  $\frac{2}{9}$
- C.  $\frac{4}{9}$
- D.  $\frac{1}{2}$

Alle Länder legen großen Wert auf die Verringerung der Bildungsunterschiede zwischen den Geschlechtern. Geschlechtsspezifische Notenunterschiede in Mathematik und Naturwissenschaften bei Schülern und Schülerinnen im Alter von 13 Jahren können sich auf ihre Bildungswege in weiterführenden und beruflichen Bildungsgängen sowie auf ihre Karrierechancen im späteren Leben auswirken. Während im Fach Mathematik die geschlechtsspezifischen Unterschiede eher gering sind - mit einem leichten Vorteil für die Jungen -, sind die Unterschiede in den Naturwissenschaften erheblich. Hier sind die Jungen in allen 26 Ländern im Vorteil. Ihr Noten-Unterschied zu den Mädchen liegt bei 12 Punkten oder weniger in Australien, Kanada, der Russischen Föderation und den Vereinigten Staaten und 25 Punkten und mehr in Dänemark, Korea und Neuseeland. Dieser Unterschied spiegelt sich im Tertiärbereich wider, wo in manchen Ländern doppelt so viele Männer wie Frauen einen naturwissenschaftlichen Abschluß erlangen.

## Literatur

Baumert, J. e. a.: TIMSS Mathematisch-Naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske und Budrich, 1997

*Beschreibung und Interpretation der deutschen Ergebnisse*

Beaton, Albert E. e. a.: Mathematics Achievement in the Middle School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study. Chestnut Hill, MA 02167: Boston College, 1996

*Ausführlicher Bericht mit allen Aufgaben, Interpretationen und Grafiken über das Abschneiden der Schüler aller teilnehmenden Nationen.*

Erklärung der Fachverbände DMV, GDM, MNU: Schlechte Noten für den Mathematikunterricht in Deutschland - Anlaß und Chance für Innovationen. DMV-Mitteilungen 2/97, 12-13.

*Veröffentlichung in der Zeitschrift MNU geplant.*

Führer, Lutz: Informationen zur TIMSS-Studie, die den bundesdeutschen Mathematikunterricht öffentlich in Verruf brachte. Frankfurt: FB12, Institut für Didaktik der Mathematik 1997

*Verteilt auf der MNU-Tagung 1997 in Hamburg*

Moser, Urb, e.a. (1997): Schule auf dem Prüfstand. Chur, Zürich: Rüegger Verlag

Max-Planck-Institut für Bildungsforschung; IPN; Humboldt-Universität: TIMSS - Mathematisch-Naturwissenschaftlicher Unterricht im Vergleich. Zusammenfassung deskriptiver Ergebnisse. Berlin 1997.

*Kurzfassung der deutschen Ergebnisse.*

Robitaille, D.F.; Garden, R.A.: Research questions and study design. Vancouver, B.C.: Pacific Educational Press, 1996.

*Beschreibung des Designs der TIMSS Studie.*

Am 30. April 1997 gültige WWW Adressen (in Klammern einige aktuellere Adressen)

<http://socrates.moe.edu.sg/new/dec/contents.htm> (Bericht aus Singapur)

(<http://www.moe.gov.sg:80/press/2000/pr06122000.htm>)

<http://www.ed.gov/NCES/timss/97198.html> (USA im internationalen Kontext)

(<http://nces.ed.gov/timss/results.asp>)

<http://www.nctm.org/INDEX.HTM> (amerikanische Lehrervereinigung)

(<http://www.nctm.org/news/articles/2001-05timss.htm>)

<http://wwwcsteep.bc.edu/timss> (Originalquelle in Boston)

(<http://timss.bc.edu/>)

<http://www.uni-duisburg.de/FB11/PRESSE/default.html> (Erklärung der Fachverbände)