WAHRSCHEINLICHKEITEN BEI FUSSBALLAUSLOSUNGEN

von Heinz Siegler, Eschau

Bei internationalen Fussballpokalwettbewerben werden die Spielpaarungen meistens so ausgelost, dass die Namen der beteiligten Vereinsmannschaften der Reihe nach aus einer Urne gezogen werden. Die Mannschaft des Vereins, der als erster gezogen wird, spielt im Hinspiel auf eigenem Platz (hat Heimrecht) gegen die zweite ausgeloste Mannschaft usw. Nummeriert man die Vereine nach ihrer Ziehungsreihenfolge, dann spielen diejenigen mit einer ungeraden Nummer daheim und zwar jeweils gegen die Mannschaft mit der darauffolgenden geraden Nummer. Damit liegen die Spielpaarungen für die Hinspiele fest, bei den Rückspielen lauten die Spielpaarungen nur umgekehrt.

Wenn mehrere Verein aus einem Land teilnehmen, interessiert die Fans bei der Auslosung vielleicht die Frage, wie wahrscheinlich bei dem oben beschriebenen Losverfahren ein Zusammentreffen der Mannschaften aus diesem Land ist. Wir wollen diese Frage aus deutscher Sicht betrachten. Einige Beispiele dazu aus der Fußballgeschichte:

Beim UEFA-Cup 1979/80 kamen fünf deutsche Mannschaften (Bor. Mönchengladbach, 1. FC Kaiserslautern, Bayern München, VfB Stuttgart, Eintracht Frankfurt) unter die letzten Acht. 1989/90 waren der 1.FC Köln, Werder Bremen und der Hamburger SV im Viertelfinale des UEFA-Cups. 1997/98 erreichten Bayern München, Borussia Dortmund und Bayer Leverkusen das Viertelfinale der Champions League.

Beginnen wir mit dem einfachsten Fall:

1. Die Auslosung der Halbfinalbegegnungen

(4 beteiligte Mannschaften)

Bei der Auslosung des Halbfinales ist nur der Fall interessant, wenn zwei deutsche und zwei ausländische Mannschaften beteiligt sind. Ein Auslosungsergebnis kann man als ein Vierertupel der Form aadd beschreiben, wobei d für eine deutsche, a für eine ausländische Mannschaft steht.

Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{\underline{aa\ dd};\ ad\ ad;\ ad\ da;\ da\ ad;\ da\ da;\ \underline{dd\ aa}\}$, alle Ergebnisse sind gleichwahrscheinlich. $|\Omega| = \binom{4}{2} = 6$, das ist die Anzahl der Möglichkeiten, zweimal den Buchstaben d auf die vier Plätze zu verteilen.

Die zwei unterstrichenen Auslosungen führen zu einer deutsch-deutschen Paarung. Somit ist die Laplacewahrscheinlichkeit für eine rein deutsche Spielpaarung 1/3, auf die man auch auf anderen Wegen kommen kann. Schwieriger ist die

2. Die Auslosung des Viertelfinalbegegnungen

(8 beteiligte Mannschaften)

Die Anzahl der beteiligten deutschen Mannschaften sei k, die Zahl der ausgelosten deutsch-deutscher Begegnungen sei $n \leq 4$. Die Fälle k = 0;1 (keine innerdeutsche Begegnung), k = 7 (drei innerdeutsche Begegnungen) und k=8 (vier innerdeutsche Begegnungen) sind trivial und teilweise unrealistisch. Für die restlichen Fälle betrachtet man die Auslosung jeweils als Ziehen ohne Zurücklegen aus einer Urne, in der sich k mal der Buchstabe d und 8-k mal der Buchstabe a befindet. Dann gibt es $|\Omega| = \binom{8}{k}$ gleichwahrscheinliche, verschiedene Auslosungen, die man als 8er-Tupel der Form ad aa da aa (hier: k = 2) schreibt.

Die Anzahl m_i der Achtertupel, die zu i rein deutschen Begegnungen führt, erhält man, wenn man die Spielpaarungen, die sich aus dem Achtertupel ergeben auf die Anzahl der Paare dd untersucht. Im Einzelnen sieht das so aus:

k = 2 Das Paar dd kann an vier verschiedenen Stellen stehen $m_1 = 4$. Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{4}{\binom{8}{2}} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7} \approx 14{,}3\%$

k = 3 Das dd-Paar kann wieder an vier Stellen stehen, für das dritte d gibt es dann jeweils noch sechs Möglichkeiten $m_1 = 4 \cdot 6 = 24$. Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{24}{\binom{8}{3}} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7} \approx 42{,}9\%$

k = 4 Hier kann es erstmals zu mehr als einer rein deutschen Begegnung kommen. **Keine** Paarung dd gibt es, wenn in jeder Zweiergruppe ein d und ein a vorkommt (da = deutsche Mannschaft hat Heimrecht oder ad = ausländische Mannschaft hat Heimrecht), z.B. ad da da ad. Es gibt $m_0 = 2^4 = 16$ solche Auslosungen. **Eine** Paarung dd kann an vier verschiedenen Stellen des 8er-Tupels stehen, für die Verteilung der beiden restlichen d´s auf zwei verschiedene der verbleibenden 3 Paarungen gibt es drei Möglichkeiten. Berücksichtigt man wieder die Möglichkeiten ad und da, dann ergibt sich $m_1 = 4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$. **Zwei** deutsche Paarungen treten in den verbleibenden Fällen auf. $m_2 = \binom{8}{4} - (16 + 48) = 6$, was man auch leicht direkt abzählen kann.

$$p_0 = \frac{8}{35} \approx 22{,}9\%; \; p_1 = \frac{24}{35} \approx 68{,}6\%;$$

$$p_2 = \frac{3}{35} \approx 8{,}6\%$$

Daraus ergeben sich für k = 4 die Wahrscheinlichkeiten $p_i = \frac{m_i}{70}$

k = 5 Hier kommt es zu einer oder zwei dd-Begegnungen. Wie man schnell an den Achtertupeln sieht, entspricht das genau einer oder keiner rein ausländischen Begegnung (aa). Man muss also nur im Fall k = 3 a und d vertauschen und erhält die gewünschten Wahrscheinlichkeiten.

$$p_1 = \frac{4}{7} \approx 57{,}1\%; \; p_2 = \frac{3}{7} \approx 42{,}9\%$$

k = 6 Hier kommt es zu zwei oder drei dd-Begegnungen Dieser Fall wird analog wie bei k=5 auf keine oder eine aa-Begegnung zurückgeführt und man erhält die Wahrscheinlichkeiten

$$p_2 = \frac{6}{7} \approx 85{,}7\%; \; p_3 = \frac{1}{7} \approx 14{,}3\%$$

In untenstehender Tabelle sind für $2 \leq k \leq 6$ die erhaltenen Wahrscheinlichkeiten für das Viertelfinale noch einmal zusammengefasst

Damit ist die Aufgabe, mit welcher Wahrscheinlichkeit deutsche Mannschaften in europäischen Wettbewerben zusammentreffen gelöst. Die Ergebnisse hängen von von natürlich von der Anzahl k der beteiligten Mannschaften ab und sind nur für das anfangs erwähnte Losverfahren gültig. Übrigens: 1979/80 gab es im Viertelfinale nur die eine innerdeutsche Begegnung 1.FC Kaiserslautern - Bayern München (1:0;1:4), das Halbfinale war rein deutsche Angelegenheit und Eintracht Frankfurt gewann den UEFA-Pokal.

Anzahl k der beteiligten deutschen Clubs	Wahrscheinlichkeit, dass es im Viertelfinale bei k beteiligten deutschen Clubs zu n rein deutschen Spielpaarungen kommt			
	n=0	**n=1**	**n=2**	**n=3**
2	$\frac{6}{7} = 85{,}7\%$	$\frac{1}{7} = 14{,}3\%$	0	0
3	$\frac{4}{7} = 57{,}1\%$	$\frac{3}{7} = 42{,}9\%$	0	0
4	$\frac{8}{35} = 22{,}9\%$	$\frac{24}{35} = 68{,}6\%$	$\frac{3}{35} = 8{,}6\%$	0
5	0	$\frac{4}{7} = 57{,}1\%$	$\frac{3}{7} = 42{,}9\%$	0
6	0	0	$\frac{6}{7} = 85{,}7\%$	$\frac{1}{7} = 14{,}3\%$

Eine Weiterführung wäre die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für das Achtelfinale (16 Mannschaften) oder die Verallgemeinerung auf 2m Vereine, unter denen k deutsche Mannschaften sind.

Diese Fragestellungen sind aber mehr theoretischer Art und dürften auch die Möglichkeiten des Stochastikunterrichts in der Schule übersteigen.

Anschrift des Autors:

Heinz Siegler
Eichenstr. 18
D - 63863 Eschau

Ein alternder Playboy, die Medien und eine fragwürdige Statistik: eine kleine Anregung für den Unterricht

Raphael Diepgen, Ruhr-Universität Bochum

Stochastikunterricht auf der Schule, so der Tenor vieler Empfehlungen und Richtlinien, habe auch den möglichen Mißbrauch von Statistik kritisch zu beleuchten. Dazu empfiehlt sich die Beschäftigung mit entsprechenden „mathematikhaltigen" aktuellen Texten. Einen solchen fand ich Anfang letzten Jahres in der - allgemein als seriös geltenden - Wochenzeitung DIE ZEIT (Nr. 2 vom 03.01.1997, S. 52), nämlich einen Beitrag mit dem Titel „Die Sterne der Liebe. Eine Statistik der Eheschließungen zeigt: So ohne ist Astrologie nicht" aus der Feder des „Diplom-Mathematikers" Gunter Sachs. Ja, richtig, es handelt sich bei diesem Autor tatsächlich um jenen berühmten Gunter Sachs, Erbe eines gigantischen Vermögens, Ex-Ehemann von Brigitte Bardot, Fotograf leichtbekleideter Damen und und und. Kurzum: Ein schillernder Autor, der besonderes SchülerInneninteresse verspricht, ebenso wie selbstverständlich auch die spannende Thematik Liebe und Astrologie. Der vielversprechenden unterrichtlichen Verwendung wegen sei der - unterhaltsam geschriebene - Text daher vollständig wiedergegeben:

> Von Sigmund Freud bis zu Hedwig Courths-Mahler haben viele diesem Phänomen auf die Spur zu kommen versucht: Was bringt Menschen dazu, sich auf Dauer an einen Partner zu binden? Eheschließung setzt schließlich einen starken Trieb voraus, stark genug, die Hemmung vor einem Verlust an Freiheit zu überwinden. Große Geister haben vor dem Akt der Heirat gewarnt. Schopenhauer mahnte: „In unserem monogamischen Weltteile heißt heiraten seine Rechte halbieren und seine Pflichten verdoppeln." Der Dramatiker Christian Grabbe vertrat die Auffassung: „Heiraten, das heißt Nachtigallen zu Stubenvögeln zu machen." Und Goethe, auf dessen Urteil man nicht verzichten sollte, meinte: „Leider haben überhaupt die Heiraten ... etwas Tölpelhaftes: sie verderben die zartesten Verhältnisse." Aber hörte Goethe auf Goethe? Nein, er heiratete.
>
> Auch wenn der Autor nach 27 glücklichen Ehejahren den großen Geistern nicht in allem beipflichten kann, hat er sich doch gefragt: Was macht uns zu Stubenvögeln? Selbstverständlich gibt es klassische - oft heftig umstrittene - Gründe. Die Liebe. Die Leidenschaft. Die Mitgift. Die Konvention. Die vorzeitig sich ankündigende Nachkommenschaft. Daneben gibt es einen Grund, der sich nicht nur der Ratio entzieht, sondern auch dem bewußten Gefühl: die unbewußte Anziehungskraft zwischen zwei Menschen. Manche sprechen von Magnetismus, andere von einer nicht näher erklärbaren Macht, wieder andere versteigen sich gar zur Behauptung, Ehen würden im Himmel geschlossen.
>
> Wie auch immer: Es scheint ein Agens zu geben, das bei der Entscheidung für eine dauerhafte Partnerschaft eine wichtige Rolle spielt. Nach jahrtausendealter Meinung der Astrologen ist diese Anziehungskraft zwischen zwei Menschen zwar nicht ein direkt dem Himmel zu verdankendes Geschenk, doch geprägt von