

**Ein Blick auf den Zufallsprozess in
Microsoft Windows Spiel *Solitaire*
oder
Wie benützt man elektronische Glücks-Spiele
für statistische Projekte ?**

Ronald D. Fricker, Californien/USA

Übersetzung: Ingeborg Strauß, Kronberg im Taunus

Zusammenfassung: Das populäre Computer-Spiel *Solitaire* wird als Vehikel für die Untersuchung eines Zufallszahlen-Generators eingesetzt. Die Erforschung seiner Eigenschaften ist eine geeignete Basis für ein schulbezogenes Projekt.

Einleitung

Elektronische Spiele durchziehen die Computer-Welt. Die Anwender gehen stillschweigend davon aus, dass diese Spiele ihre Gegenstücke aus der ‚realen‘ Welt genau nachahmen. Ist solche Annahme wirklich begründet? Elektronische Zufalls-Spiele, wie etwa *Poker* oder *Solitaire*, basieren auf Zufallszahlen-Generatoren, guten wie weniger guten. Darüber hinaus stützen sich diese Spiele auch auf codierte Regeln und die Mathematik. Liegt die Betonung bei der Entwicklung solcher Software nur auf ansprechender Graphik statt auch auf solider Programmierung auf der Grundlage der Wahrscheinlichkeits-Theorie, dann wird ein Spiel resultieren, das zwar hübsch anzuschauen ist, jedoch nur ein armseliger Abklatsch des ‚wahren‘ Spiels ist.

Da diese elektronischen Spiele überall, zu Hause wie in der Schule, anzutreffen sind, können sie als sprudelnde Quelle zur Datensammlung bei Schüler-Projekten und -Referaten eingesetzt werden. Die Idee dabei ist, die gesammelten Daten daraufhin zu analysieren, ob die elektronischen Spiele eine akkurate Wiedergabe der mechanischen Spiele sind. Diese Überprüfung kann auf vielen verschiedenen Anspruchs-Niveaus geschehen. Im Folgenden diskutiere ich ein einfaches, anschauliches Beispiel.

Wir betrachten das allgegenwärtige *Solitaire*, das mit Microsoft Windows ausgeliefert wird. Praktisch auf jedem IBM-kompatiblen Computer läuft dieses Spiel in Millionen von Kopien auf der ganzen Welt. Das Angenehme der elektronischen Version wird darin gesehen, dass die Plackerei des Mischens und Austeilens der Karten vom Rechner übernommen wird. Man wählt einfach „Karten geben“ aus dem Pull-down-Menü „Spiel“ aus, und flugs werden die Karten gemischt und sauber angeordnet auf dem Bildschirm ausgebreitet.

Die *Solitaire*-Version, die mit Windows vertrieben wird, ist unter Kennern als *Klondike-Solitaire* bekannt. Die Regeln können in vielen Spiele-Büchern oder anderen Referenzen nachgelesen werden. Für uns hier sind Details nicht von Belang, man braucht nur zu wissen, dass die 52 (Rommé-)Karten vor Spielbeginn gemischt und dann in der Form, wie sie Abbildung 1 zeigt, ausgelegt werden. Die mit der Zahl oder dem Bild nach oben liegenden Karten sind also ein Zufallsprodukt aufgrund des Mischvorgangs.

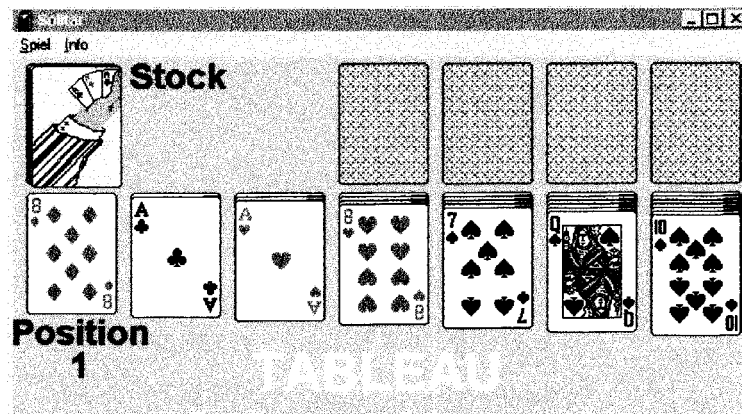


Abb. 1: Anfangs-Verteilung der Karten bei *Solitaire*

Das Ziel des Spiels ist es, alle Karten des Stocks und des Tableaus auf die vier Plätze rechts oben in der Reihenfolge A(s), 2, ..., 10, J(ack) [= Bube], Q(ueen) [= Dame], K(ing) [= König] zu legen.

Diskussion

Mein Interesse an der stochastischen Wirkungsweise von *Solitaire* begann, als ich eines Tages *vielen* Durchgänge hintereinander spielte. Ein Muster kristallisierte sich heraus: Hatte ich ein Spiel gewonnen, dann gewann ich mit größerer Wahrscheinlichkeit auch das nächste; hatte ich ein Spiel verloren, dann verlor ich auch mit größerer Wahrscheinlichkeit das folgende. Noch schärfer: Hatte ich ein Spiel mit einer sehr hohen Punktzahl gewonnen, dann gewann ich mit großer Wahrscheinlichkeit auch das nächste mit einem sehr hohen Score, und umgekehrt.

Zunächst neigte ich dazu, mir diese Serien dadurch zu erklären, dass ich wohl das eine Mal mehrere Durchgänge hintereinander mit erhöhter und das andere Mal mit verminderter Aufmerksamkeit gespielt hatte. Genauere Beobachtung widerlegte jedoch diese Vermutung: Der Faktor Konzentration schien keine Auswirkung auf die Abfolge der Gewinn- bzw. Verlust-Serien zu haben. Danach versuchte ich die Ergebnisse dadurch zu rationalisieren, dass ich mich selbst auf die Tatsache hinwies, dass solche Perioden zufällig auftreten, der Zufall also „klumpig“ ist. Der Statistiker in mir wollte das überprüfen. Doch wie das anstellen mit einem kompilierten Computer-Programm wie *Solitaire* und meinen mageren Programmier-Fähigkeiten?

Da die Software kompiliert ist, sah ich keinen Weg, in den Source-Code hineinzuschauen, um den Zufallszahlen-Generator und die Regeln zu überprüfen. Ich könnte jeweils die Karten-Abfolgen auf Papier übertragen, aber es wäre außerordentlich langweilig und für viele Spiele unmöglich, so zu verfahren. Das liegt unter anderem daran, dass der ganze Karten-Stapel nur dann aufgedeckt wird, wenn man gewinnt. Im anderen Fall gibt es keine Möglichkeit, die Anordnung der Stack-Karten zu erfahren. Es ist also nur eine Teilmenge aller Karten sichtbar. Da ich weder an einem Übermaß detaillierter Abfolgen noch an tiefschürfenden statistischen Analysen interessiert war, suchte ich nach einem anderen Verfahren.

Analyse und Resultat

Meine Idee war, die obige Untersuchungs-Methode zu invertieren. Anstatt herauszufinden, ob das Spiel „ordentlich“ (d.h. eine genaue Repräsentation der ‚realen‘ Welt) ist, schaute ich nach einer kleineren Untermenge der zur Verfügung stehenden Daten, die mir darüber Aufschluss geben könnte, ob das Spiel in irgendeiner Weise ‚irreal‘ ist. Dies ist eine ersichtlich einfachere Aufgabe. Findet man eine solche Teilmenge nicht, ist damit noch nicht geklärt, ob das Spiel wirklich „ordentlich“ ist.

Während des häufigen Hintereinander-Spielens kam mir die Frage, wie gut denn dem Computer das Mischen zwischen den einzelnen Spielen gelingt. Also richtete ich meine Aufmerksamkeit auf diesen womöglichen Trend. Ein Weg ist der, das Augenmerk ausschließlich auf die erste aufgedeckte Karte ganz links im Tableau zu richten („Position 1“ in Abbildung 1). Bei guter Durchmischung erscheint diese Karte im Durchschnitt in 1 von 52 Fällen.

Da das Mischen in *Solitaire* einfach ist, kann man folgende Operation leicht viele Male durchführen: Mischen (aus dem Pull-down-Menü heraus), notieren der Karte in Position 1, wieder mischen und dann nachsehen, ob die neue Karte in der 1. Position die gleiche wie zuvor ist. Führt man diesen Vorgang 104mal durch, sollten im Mittel zwei gleiche Karten erscheinen. (Wir haben es hier mit einer binomial verteilten Zufalls-Variablen X mit der Erfolgswahrscheinlichkeit $1/52$ und $n = 104$ zu tun, also ist $E(X) = np = 2$.) Ich führte das Experiment 10 Mal mit je 104 Vergleichen durch. Vor jedem der 10 Experimente startete ich *Solitaire* aufs Neue, um den Zufallszahlen-Generator zu initialisieren. (Die Vermutung einer Neu-Initialisierung bei jedem Aufruf beruht auf meiner Beobachtung, dass jedesmal, wenn *Solitaire* gestartet wird, die Karten neu gemischt werden. Ist das Spiel wirklich gut zufallsgesteuert, dann ist das Sammeln unserer Daten in Teilmengen unerheblich. Gibt es jedoch irgendeinen Fehler im Programm, dann können verschiedene Ausgangswerte des Zufallszahlen-Generators helfen, ihn zu entdecken.)

Tabelle 1 zeigt die Resultate.

Set Nr.	Anzahl der Übereinstimmungen	Set Nr.	Anzahl der Übereinstimmungen
1	8	6	12
2	7	7	11
3	5	8	15
4	10	9	18
5	6	10	22

Tab. 1: Daten aus *Solitaire*. Jedes „Set“ besteht aus 104 Zweier-Spielen. Eine „Übereinstimmung“ wird registriert, wenn die Karten in Position 1 in einem Zweier-Spiel übereinstimmen.

Auf den ersten Blick erkennt man, dass da etwas nicht stimmt. Aus den 1040 paarigen Vergleichen resultieren 114 Übereinstimmungen – fast 11%. Das ist signifikant höher als die erwarteten 20 Paare. Um zu erkennen, wie weit diese Ergebnisse von der Theorie entfernt sind, betrachten wir den besten Set, den dritten: Wenn X binomial-verteilt ist mit $n = 104$ und $p = 1/52$, dann gilt $P(X \geq 5) = 0,051$. Ein Standard-Hypothesen-Test (der z.B. $p = 0,05$ benutzt) lehnt fast den besten Set unter den 10 ab. Fasst man die 10 Sets zusammen, nimmt also $n = 1040$, resultiert $P(X \geq 114) = 0$ – auf viele Dezimalstellen genau!

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte. In Abbildung 2 ist die Wahrscheinlichkeits-Funktion $B(104, 1/52)$ gezeichnet. Die Höhe eines Stabes gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Paare der Übereinstimmungen in einem Set gleich x ist. Es ist klar ersichtlich, dass die Wahrscheinlichkeit für $X > 8$ faktisch Null ist. Die meisten der beobachteten Werte (siehe die schwarzen Dreiecke) sind unwahrscheinlich groß verglichen mit der Binomial-Verteilung.

Es ist interessant, dieses Ergebnis demjenigen gegenüberzustellen, das man erhält, wenn man die Daten beim jeweiligen Erst-Start des Programms zugrundelegt. Man kann *Solitaire* zum Beispiel durch einen Doppel-Click auf sein Icon starten, die Karte in Position 1 registrieren, das Programm schließen, wieder aufrufen, die nun erscheinende Karte in Position mit der vorigen vergleichen und *Solitaire* wieder verlassen. Ich führte diesen Versuch 208mal durch (Der Zeitaufwand ist erheblich größer als bei der vorigen Methode) und erhielt nur 4 Übereinstimmungen, exakt den Erwartungswert.

Folgerung

Die einfache statistische Analyse stützt meine Vermutung, dass das „Mischen“ in direkt (d.h. ohne *Solitaire* zu verlassen) aufeinanderfolgenden Spielen in dieser Version von Windows nicht gut stochastisch ist. Im Gegensatz dazu gibt die Untersuchung keinen Anlass, am zufallsbedingten Erst-Mischen nach Aufruf des Programms zu zweifeln.

Für Schüler und Lehrer illustriert dieser Artikel, wie elektronische Spiele als Daten-Quelle etwa für Projekte herangezogen werden können, wobei die Schü-

ler zu untersuchen haben, ob ein Spiel in seiner Computer-Version eine genaue Wiedergabe des manuellen Spiels ist. Die Stärke dieses Typs von Projekten ist, dass sie in vielerlei Art repräsentativ sind für ‚Real-Welt‘-Probleme: Das Spiel ist ein komplexes System, aus dem die Schüler eine spezielle Fragestellung filtern und dann Daten sammeln müssen. Daraufhin ist die Analyse vorzustrukturieren und durchzuführen. Windows *Solitaire* ist sicherlich ein Haupt-Kandidat für weiteres Erforschen. Es gibt eine Vielzahl anderer elektronischer Spiele, die für solcherart Überprüfung geeignet sind.

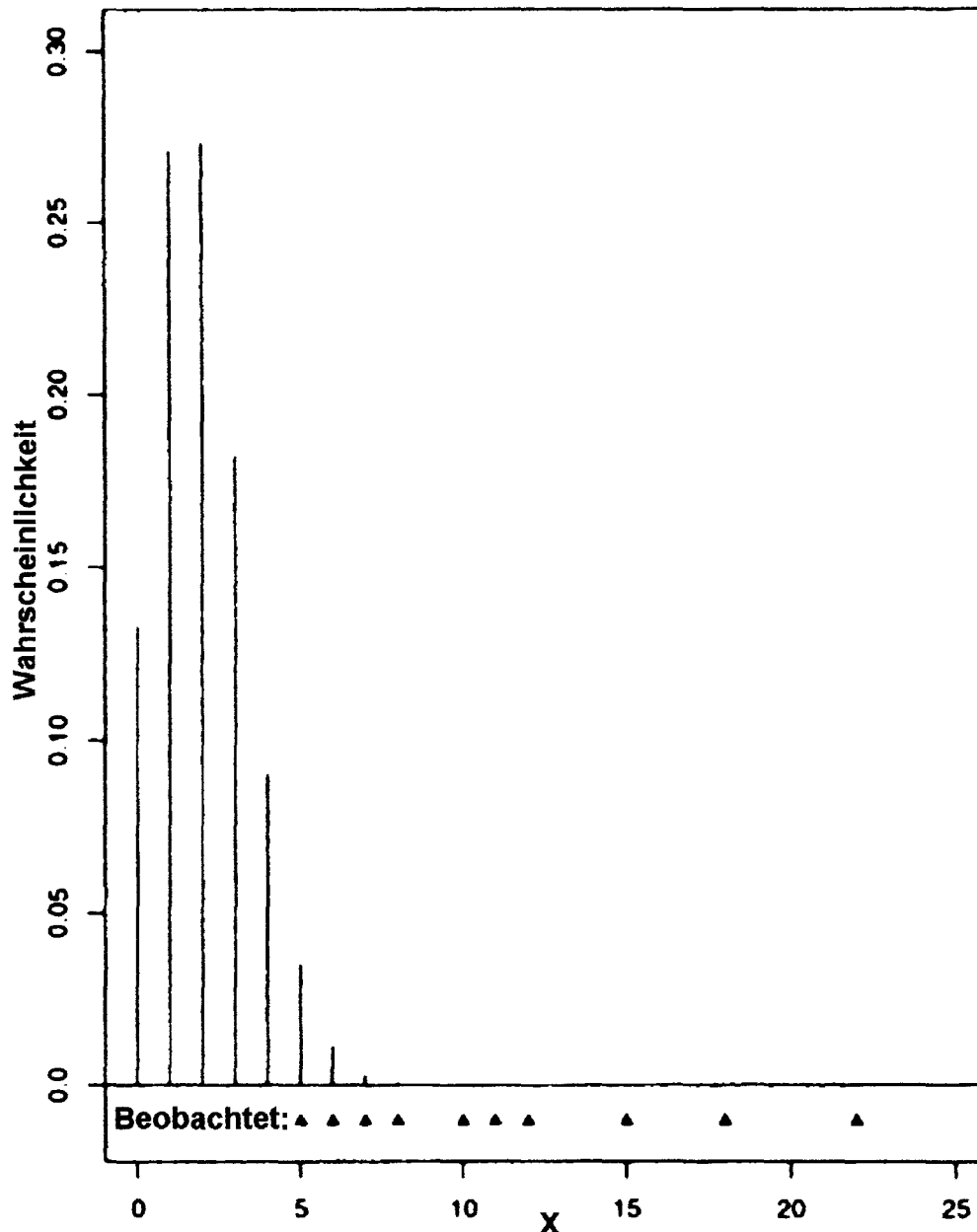


Abb. 2: Graph der Wahrscheinlichkeits-Funktion $B(104, 1/52)$,
zusammen mit den beobachteten Werten von 10 Daten-Mengen.
Die Daten wurden beim Spiel *Solitaire* unter Windows 3.1 gewonnen.

Ronald D Fricker Jr
 RAND, California, USA
 e-Mail: Ron_Fricker@rand.org