

Ein Leck im Lotto

DANNY HELMAN

ÜBERSETZT VON KARL RÖTTEL

Original: A Lottery Misfortune, in: Teaching Statistics , Volume 25, Number 2, p. 40-41

Zusammenfassung: Dieser Aufsatz beleuchtet ein nationales Lottospiel, bei dem der fünfte Preis wahrscheinlicher ist als der sechste.

Im israelischen Lotto werden aus einer Trommel mit 45 nummerierten 6 Kugeln als Gewinnzahlen gezogen und eine Zusatzzahl („Bonus“ genannt). Hat man alle sechs Zahlen richtig geraten, erhält man den ersten Preis, der dem Gewinner Millionen von Schekeln einbringt. Diejenigen mit fünf richtigen und der Zusatzzahl müssen sich mit dem zweiten Preis begnügen, der gewöhnlich einige Zehntausend ausmacht; die dritten Preise gehen an diejenigen, die fünf der sechs Zahlen haben, die vierten Preise an diejenigen mit vier richtigen Zahlen.

Die Aussicht, sechs bestimmte Zahlen zu ziehen ist 1:8145060, weil die Anzahl der möglichen 6-Kombinationen $\binom{45}{6}$ ist. Die Chance, fünf der sechs Zahlen zu erraten, ist 234-mal höher und beläuft sich auf 1: 34808, was man aus $\binom{6}{5} \times \binom{39}{1} : \binom{45}{6}$ erhält.

Aber mit fünf Richtigen erhält man nicht, wie schon gesagt, den zweiten Preis, man braucht als weitere Zahl die Zusatzzahl. Da der Rest 39 Zahlen umfasst und nur eine (d. h. meine sechste, die falsche Zahl) davon die gewünschte Eigenschaft hat, ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses 1:39. Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens beider Ereignisse („fünf aus sechs“ und „Bonus“) ist also das Produkt, nämlich $(1/34808)(1/39) = 1:1357510$. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, einen zweiten Preis zu erreichen, 6-mal (aus $234/39$) höher als für einen ersten Preis.

Die Chance, fünf der sechs Richtigen zu erraten, ist, wie erwähnt, 234-mal höher als alle sechs Richtigen zu erhalten. Die Chance, vier Richtige zu erraten (vierter Preis), ist 47,5-mal höher als jene, fünf Richtige zu erraten, und beträgt 1:733, errechnet aus $\binom{6}{4} \times \binom{39}{2} : \binom{45}{6}$.

Der fünfte Preis, der etwa 20 Schekel ausmacht, geht jede Woche an Zehntausende, nämlich an die-

jenigen, die drei der sechs Gewinnzahlen erraten. Die Wahrscheinlichkeit, drei Gewinnzahlen zu haben, d. i. ca. 1:45, ist 16,4-mal höher als die, vier Richtige zu haben.

Da wir über immer weniger Treffer sprechen, sind die entsprechenden Gewinnchancen größer. Man beachte aber, dass die proportionale Zunahme der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten fällt ($234 - 47,5 - 16,4$).

Vor einigen Monaten (d. h. im Jahre 2002) wurde beschlossen, einen sechsten und letzten Preis von 10 Schekeln denjenigen zu geben, die zwei der sechs richtigen Zahlen und die Zusatzzahl errieten. Es wurde wohl angenommen, dass, ebenso wie sechs Treffer seltener sind als „fünf mit Bonus“, auch drei Treffer seltener seien als „zwei mit Bonus“. Ist das wirklich der Fall?

Die Wahrscheinlichkeit, zwei der sechs Gewinnzahlen zu erraten, ist ziemlich genau 1:6,6, was 6,75-mal höher ist, als drei Gewinnzahlen zu tippen. Aber um den sechsten Preis zu gewinnen, sind zwei richtige Zahlen nicht genug, man benötigt ebenso die Zusatzzahl. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit, die Zusatzzahl zu haben, 4/39: Die 4 Zahlen in der Tippreihe, die nicht unter den 6 Gewinnzahlen sind, befinden sich unter den 39 Kandidaten für die Zusatzzahl. Die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreffen der zwei Ereignisse „zwei aus sechs“ und „Bonus“ ist deshalb $1/6,6 \times 4/39 \approx 1/64$.

Es ergibt sich, dass die Wahrscheinlichkeit, einen sechsten Preis zu gewinnen, mit 1/64 niedriger ist als die für einen fünften Preis (mit 1/45)!

Eine ähnliche Quelle der Verwirrung liegt in der Annahme, was hinsichtlich der Beziehung von „sechs“ und „fünf mit Bonus“ gilt muss auch für „drei“ und „zwei mit Bonus“ zutreffen. Aber die Wahrscheinlichkeit, fünf Richtige zu treffen, ist 234-mal höher als die für sechs, während die Wahrscheinlichkeit für zwei Treffer nur 6,75-mal höher als die für drei ist. Die Bedingung, die Zusatzzahl zu treffen, ist jeweils eine besondere Hürde. Doch sind im ersten Fall die Wahrscheinlichkeiten so hoch, dass es trotz der besonderen Hürde noch leichter ist, „fünf mit Bonus“ als „alle sechs“ zu

haben. Im zweiten Fall hingegen ist der Unterschied der Wahrscheinlichkeiten viel kleiner, und die zusätzliche Forderung, die Zusatzzahl zu treffen, macht die Aufgabe „zwei mit Bonus“ schwieriger als „drei (aus sechs)“ zu erhalten. Wie in anderen Fällen sollten die wirklichen Wahrscheinlichkeiten (oder die Differenz von Wahrscheinlichkeiten) angesehen werden, bevor man aus einer Situation auf eine andere schließt.

In scharfem Kontrast zum normalen Lottospiel haben wir hier eine Situation, in der einem häufigeren Ereignis ein höherer Geldpreis zugeordnet ist.

Dutzende von Lottospielen sind seit der Einführung des sechsten Preises durchgeführt worden, und in allen übertraf die Anzahl der 5.-Platz-Gewinner – wie erwartet – wesentlich die konkurrierenden 6.-Platz-Gewinner.

Die Vorstellung dieses Beispiels aus dem realen Leben in einem Einführungskurs zur Wahrscheinlichkeit kann genutzt werden, zwanglos sowohl die Gefahr unreflektierter Annahmen wie auch die Bedeutung des stochastischen Denkens allgemein zu demonstrieren.

k	6/45-Lotto	6/49-Lotto
6	1:8 145 059	1:13 983 815
5+	1:1 357 509	1:2 330 635
5	1:34 807	1:54 200
4+	1:14 289	1:22 196
4	1:732	1:1031
3+	1:578	1:811
3	1:44	1:56
2+	1:63	1:80
2	1:5,6	1:6,6
1+	1:17	1:1:20
1	1:1,4	1:1,4
0+	1:15	1:15
0	1:1,5	1:1,3

Die Tabelle fasst die Wahrscheinlichkeiten für k Gewinnzahlen eines 6/45-Lottos wie in Israel zusammen und zeigt für Interessenten auch die Wahrscheinlichkeiten für ein 6/49-Lotto.

Die „+“ bezeichnen die Zahl der Treffer samt Zusatzzahl.

Literatur

Henze, N.; Klar, B.: ARD-Lotto-Show. Zwei stochastische Probleme. In: MNU. Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht 53(15. April 2000)3, S. 151-153

Strick, H.K.: Pressemeldungen T.5: Sechs Richtige im Lotto – Unglück im Glück. In: PM, Praxis der Mathematik 40(Okttober 1998)5, S.215-219

Bosch, K.: Vollsysteme beim Lotto. In: : PM, Praxis der Mathematik 40(April 1998)2, S. 58-61

Henze, N.: 2000mal Lotto am Samstag – Gibt es Kuriositäten? In Jahrbuch Überblicke Mathematik 1995, Vieweg Verlag, S. 7-25

Wurz, L.: Lotto - Gewinnen mit einer richtigen Zahl? In: Mathematische Unterrichtspraxis 17(1996)4, S. 33-38

Henze, N.: Erstmals im Lotto dieselbe Zahlenreihe – eine Sensation? In: : MNU. Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht 48(Dezember 1995)8; S. 456-457

Bosch, K.: Lotto und andere Zufälle. Wie man die Gewinnquoten erhöht? Braunschweig: Vieweg, 1994

Treiber, D.: Die Wahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Gewinnzahl bei mehreren Lottoziehungen. In: PM, Praxis der Mathematik 33(Februar 1991)1, S. 22-23