

Bericht zum Minisymposium „Stochastisches Denken und modellbasiertes Denken in der Grundschule: Was kann die Grundschulmathematik zur Ausbildung des stochastischen Denkens leisten?“

ELKE KURZ-MILCKE, LUDWIGSBURG

Zusammenfassung: Auf der gemeinsamen Jahrestagung der DMV und der GDM, die im März 2007 in Berlin stattfand, widmete sich eines der Minisymposien dem Thema des Stochastikunterrichts in der Grundschule. Im Symposium wurden Beiträge von Rolf Biehler, Gerd Gigerenzer, Marcus Hudec, Bernd Neubert, Bernd Wollring, Laura Martignon und Elke Kurz-Milcke präsentiert und diskutiert. Der Überblicksbericht zum Symposium gliedert sich in die Themenbereiche I. Kompetenzen, II. Medien und Handlungsorientierung und III. Lernumgebungen.

0. Einleitung

Die Bildungspläne der Länder sehen durchgängig Elemente aus der Stochastik im Mathematikunterricht der Grundschule vor. Traditionellerweise gibt es gerade für die Didaktik der Stochastik eine enge Verbindung zur kognitiven (Entwicklungs-) Psychologie. Berührungspunkte sind u.a. deshalb gegeben, weil die Mathematik der Statistik und Wahrscheinlichkeit erkenntnistheoretisch und in ihrer historischen Entwicklung eng mit Fragen der Entscheidungsfindung verbunden ist. Deshalb erscheint auch häufig der Begriff *stochastisches Denken* angemessen, der verdeutlicht, dass ein Art von Verständnis für statistische und probabilistische Sachverhalten gemeint ist, wie es Personen, die in konkreten Handlungszusammenhängen stehen, für sich brauchen--ein Punkt, den insbesondere auch Hans Freudenthal immer wieder betont hat. Gerade wenn eine Didaktik auf *stochastisches Denken* abzielen soll, muss sie ein sehr intensives Interesse an Fragen der menschlichen Kognition und ihrer Entwicklung pflegen. Besonders bedeutsam erscheinen in Zusammenhang mit einer Didaktik der Stochastik Fragen des modell- und konzept-basierten Denkens, für die es gerade auch in jüngster Zeit bedeutsame Neuerungen in der Kognitionswissenschaft gegeben hat. Von Didaktikern der Mathematik ist die programmatische Verknüpfung von modell-basiertem und stochastischem Denken bereits verschiedentlich eingefordert worden (u.a. von Heinz Steinbring). Neu und brisant begegnet uns die Frage dieser Verknüpfung, wenn stochastische Inhalte in die Grundschule kommen. Gerade die heuristischen Zugänge zur Stochastik

in der Grundschule brauchen Modelle. Welcher Art sollen diese Modelle sein?

1. Kompetenzen

Statistisches Denken kann helfen Risiken und Unsicherheiten in der modernen technologischen Welt besser zu bewältigen, so Gerd Gigerenzer in seinem Beitrag. Es genüge nicht den Unterricht auf die Mathematik der Sicherheit, von Algebra bis Trigonometrie, abzustellen. Die zentrale Rolle des statistischen Denkens, so Gigerenzer, ist an Schulen, wie auch in der Ausbildung von Ärzten an Universitäten, bisher kaum erkannt. Dabei betonte er insbesondere die Notwendigkeit von Kompetenzen im Umgang mit Formen bzw. Repräsentationen statistischer Information. Wünschenswert in diesem Zusammenhang sei eine Kompetenz des spielerischen Umgangs mit Formen der Repräsentation statistischer Information.

Ebenso deutlich wurde die Bedeutung von Datenkompetenz im Symposium hervorgehoben. Rolf Biehler betonte in seinem Beitrag Kompetenzen in der Visualisierung von Daten. Dabei verdeutlichte er, wie eine Brücke zwischen den in der Grundschule gebräuchlichen, elementaren Visualisierungen und den in der Statistik üblichen Formen schon in der Grundschule geschlagen werden könne. Marcus Hudec lenkte das Augenmerk auf die Entwicklung von Kompetenzen den gesamten Ablauf statistischer Arbeitsweise betreffend: Daten sammeln, Daten auswerten und Ergebnisinterpretation.

Bernd Neuberts Betrag hob auf die Vernetzung von Kompetenzen im Mathematikunterricht der Grundschule ab und plädierte für eine sorgfältige Analyse der Kompetenzen und Lernerfolgen im Zusammenhang mit dem Stochastikunterricht in der Grundschule (s. Neuberts Beitrag in diesem Heft). Bernd Wollring vermittelte sehr eindrücklich die Notwendigkeit einer Lehr- amtsausbildung, die bei der Entwicklung stochastischer Kompetenzen forschendes Lernen gleichermaßen für Grundschülerinnen und -schüler (SuS), wie auch für die Studierenden vorsieht und unterstützt. Wollring unterstrich damit eine Epistemologie, die Fehler und Unsicherheiten im Lernprozess positiv aufnimmt und nutzbar macht. Elke Kurz-Milcke und Laura Martignon hoben die

Bedeutung von Kompetenzen im Umgang mit konkreten Modellen zur Darstellung von stochastischen Sachverhalten, insbesondere von Datenkodierungen und Zufallsziehungen, hervor. Dazu gingen sie ausführlich auf Urnenmodelle in der Grundschule und die sich daran anschließenden didaktischen Möglichkeiten ein.

Ein durchgängiger Konsens formte sich über alle Beiträge hinweg dahingehend, dass die Stochastik in der Grundschule in besonderem Maße in einem breiteren Zusammenhang der Kompetenzentwicklung gesehen werden muss. Hervorgehoben wurden Kompetenzen im Umgang mit Risiken, Kompetenzen im Umgang mit Visualisierungen, Kompetenzen im Umgang mit Medien, Kompetenzen in der sprachlichen Darstellung von stochastischen Sachverhalten, Kompetenzen im Bereich der Arithmetik und Einsichten in die innere Vernetzung der Mathematik und in die Möglichkeiten der mathematischen Modellierung. Der Stochastikunterricht kann zur Kompetenzentwicklung in diesen Bereichen beitragen und sich mit diesen Kompetenzen über die Klassenstufen hinweg entwickeln.

2. Medien und Handlungsorientierung

Statistische Information braucht Repräsentation, statistisches Denken braucht Medien. Über die Beiträge hinweg wurden eine große Vielzahl von Medien angesprochen, analysiert und ihre Verwendung in konkreten Lernumgebungen besprochen. Biehler zeigte am Beispiel der Verwendung des Mediums „Datenkarten“, wie repräsentationales Medium und entsprechenden Handlungsspielräume sich bedingen (s. Biehlers Beitrag in diesem Heft). Im Besonderen wies Biehler auf den fließenden Übergang zwischen Medien, die per Hand bewegt, sortiert und angeordnet werden können, und computergestützten Medien hin. Er stellte dazu beispielhaft die Möglichkeiten der auch für die Grundschule gut geeigneten Software Tinkerplots dar.

Wollring berichtete über eine besondere Form des handlungsorientierten Lernens im Zusammenhang mit Zufallsphänomenen. In Rekonstruktionsversuchen durchlaufen SuS einen Zyklus von Versuchen mit eigens hergestellten verdeckten Zufallsgeneratoren. Die SuS bauen dann auch Zufallsgeneratoren auf der Grundlage von Protokollen, d.h. von Dokumentationen der Häufigkeiten verschiedener Ereignisse, nach und testen diese. Dabei wird die Übereinstimmung zwischen den Zufallsgeneratoren (Original und Nachbau) von den Kindern über die erstellten Protokolle bestimmt. Solche Rekonstruktionsversuche themati-

sierten auch die Eigenschaften von unterschiedlichen Zufallsgeneratoren, beispielsweise die Anzahl von Elementarereignissen beim sechseckigen Spielwürfel im Gegensatz z.B. zu einer probabilistischen Urne. Die von Wollring entwickelten stochastischen Versuchsanordnungen stellen Medien in der Form von Zufallsgeneratoren und Dokumentationshilfen für die Kinder bereit und schaffen so einen Raum zum Experimentieren mit Zufallsphänomenen.

In einer Reihe von Einzeluntersuchungen zum Umgang von SuS mit verschiedenen Zufallsgeneratoren unterstrich Neubert die Bedeutung von Begründungen von Wahlentscheidungen durch die SuS. Dazu gehörten Aufgaben, bei denen SuS entscheiden sollten, aus welcher von zwei Urnen sie ziehen wollen, um einen Gewinn zu realisieren, oder auch bei welchem von zwei Glücksrädern die Gewinnchance höher sei. Das Medium Sprache, als Fachsprache und als Umgangssprache, wurde durch die Aufgabenstellungen besonders thematisiert. Für die Darstellung der Zufallsgeneratoren spielten bei diesen Aufgaben ikonische Darstellungen, die das Mischungsverhältnis bei der probabilistischen Urne oder die Anteile bei den Glücksrädern anzeigten, eine besondere Rolle.

Kurz-Milcke und Martignon regten an die stochastische Urne als einen Kristallisationspunkt für die Didaktik der Stochastik in der Grundschule zu betrachten. Konkrete Urnenmodelle erlauben eine flexible Darstellung und Variation von Verhältnissen, sie erlauben, ja provozieren sogar, den Vorgang der zufälligen Ziehung, und sie unterstützen simulatives Denken, etwa im Zusammenhang mit Urnenvergleichen. Für die konkreten Urnenmodelle, die Kurz-Milcke und Martignon in ihrem Beitrag vorstellten, verwendeten sie bunte Steckwürfel und Container. Im Unterschied zu den üblichen Realisierungen und Darstellungen von Urnen, deren Inhalt aus einer Reihe von Einzelelementen in jeweils einer Farbe besteht, wurden in den gewählten Beispiele die bunten Steckwürfel auch zur Kodierung verwendet. Kombinationen aus zwei oder mehreren Steckwürfeln kodierten in diesem Sinne die Merkmalsausprägungen eines Objektes (vgl. Martignon & Krauss in diesem Heft). Der Urneninhalt bestand dementsprechend aus Steckwürfelkombinationen. Zur Analyse solcher Urnenmodelle eignen sich Baumdiagramme besonders gut, die im Zusammenhang mit der Darstellung von natürlichen Häufigkeiten bekannt sind. Mit dem Begriff der stochastischen Urne wiesen Kurz-Milcke und Martignon darauf hin, dass in diesen Modellen die Aspekte Daten und Zufall gleichermaßen realisiert sind.

Gigerenzer beschrieb sehr eindrücklich für Beispiele aus der Risikokommunikation, welche Formate der Darstellung statistischer Information bei den meisten Menschen praktisch garantiert zu Verwirrungen führen, nämlich Einzelfallwahrscheinlichkeiten, bedingte Wahrscheinlichkeiten und relative Risiken. Dem gegenüber stellte er drei Wege, Klarheit zu schaffen: die Angabe von Referenzklassen, die Darstellung als natürliche Häufigkeiten und die Angabe von absoluten Risiken. Um den Weg aus der Verwirrung in die Klarheit zu finden sind etwas Mut und Neugier gefragt, sowie Kompetenzen im Umgang mit verschiedenen Darstellungsformen ein und derselben Information. Die Möglichkeiten für diese Voraussetzungen liegen schon in der Grundschule.

Die Freude, die ein handlungsorientierter und spielerischer Zugang zur Statistik bringen kann, verdeutlichte Hudec in seiner Darstellung von Beispielprojekten mit SuS in Österreich im Rahmen des Forschungsprojektes STAT4U, das auch online dokumentiert ist. Dabei kamen eine Vielzahl von Medien im Zusammenhang mit Zufallsexperimenten zum Einsatz, u.a. eine Scheibe mit bunt eingefärbten Ringen zur Kodierung der Flugweite von Popcorn aus einem heißen Kochtopf. Die vorgestellten Projekte suchten jeweils eine für die SuS motivierende Fragestellung in den Mittelpunkt zu stellen und die statistischen Verfahren und Darstellungen sinnhaft mit den statistischen Inhalten zu entwickeln.

3. Lernumgebungen

Das von Hudec vorgestellten Programm STAT4U zeichnete sich auch durch eine fächerübergreifende Orientierung der Projekte aus. Dabei stellte er solche Projekte vor, die im regulären Mathematikunterricht stattfanden, andere die in einem Fächerverbund durchgeführt wurden, sowie Projekte, die außerhalb des normalen Unterrichtsablaufs angesiedelt waren, z.B. die Entwicklung von Beiträgen einzelner Schulklassen zu einem Statistik-Wettbewerb.

Wollring berichtete in seinem Beitrag von Lernumgebungen, in denen SuS (und Studierende fürs Lehramt) zum Experimentieren mit dem Zufall angeregt wurden und in denen sie gleichzeitig Werkzeuge an die Hand bekamen, die sie den Zufall festhalten ließ. Er hob auch die Bedeutung des Risikos in Lernumgebungen hervor. Das Risiko nahm dabei nicht nur seinen Platz im Zusammenhang mit klassischen Spielsituationen ein, sondern die probabilistisch weitere Bedeutung dessen, was jemand bereit ist zu riskieren oder jeweils an Unsicherheit zu tolerieren.

Die Beiträge von Biehler, Neubert, sowie von Kurz-Milcke und Martignon konzentrierten sich jeweils auf Lernumgebungen, die im Mathematikunterricht der Grundschule realisiert wurden. Dabei stand immer wieder die Re-repräsentation von statistischer Information im Mittelpunkt. So wurden beispielsweise mit Datenkarten Histogramme hergestellt, mit Steckwürfeln und Containern konkrete Urnenbäume und Baumdiagramme entwickelt, stochastische Sachverhalte sprachlich, ikonisch und symbolisch gefasst.

Schließlich betonte Gigerenzers Beitrag auch die Notwendigkeit eines kulturellen Lernprozesses, der Anstrengungen zur Verbesserung stochastischer Kompetenzen auch auf die allgemein verbreiteten und üblichen Formen der Kommunikation von Risiken und statistischer Information lenkt.

4. Zusammenschau

Bemerkenswert bleibt dieses Minisymposium zum einen durch die starke gemeinsame Überzeugung, dass die Stochastik in die Grundschule gehört, und das durchaus in stärkerem Maße als bisher erreicht. Diese gemeinsame Überzeugung ist umso interessanter als die Autoren der Einzelbeiträge ein breites Spektrum an Expertise innerhalb und außerhalb der Mathematikdidaktik vertraten. Zum anderen konnte dieses Symposium noch einmal verdeutlichen, dass die Didaktik der Stochastik in der Grundschule die Vielfalt an theoretischen und praktischen Ausrichtungen aufweist, die zur nachhaltigen Innovation gebraucht werden wird.

Anschrift der Verfasser:

Dr. Elke Kurz-Milcke
Institut für Mathematik und Informatik
Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
Reuteallee 46
71634 Ludwigsburg
kurzmilcke@ph-ludwigsburg.de