Eine vergessene Aufgabe DE MÉRÉs

FRIEDRICH BARTH, RUDOLF HALLER, MÜNCHEN

***Zusammenfassung**: Im Briefwechsel mit FERMAT berichtet PASCAL, dass ihm der CHEVALIER DE MÉRÉ mehrere Aufgaben gestellt habe, von denen dieser auch einige hätte lösen können. In der mathematischen Literatur werden üblicherweise nur die Aufgabe über die gerechte Aufteilung des Einsatzes bei Spielabbruch, also das alte Problem LUCA PACIOLIs von 1494, und DE MÉRÉs Ärger hinsichtlich des Eintretens des Sechserpasches behandelt. Das Problem der Entschädigung bei Verzicht auf einen Wurf, das wir im Folgenden vorstellen, blieb anscheinend bis auf die Wiedergabe bei TODHUNTER (1865, S. 16) unbeachtet.*

1 Rekonstruktion der Aufgabe

1779 brachte der Abbé CHARLES BOSSUT (1730 bis 1814), Verfasser berühmter Lehrwerke der Physik und Mathematik, die fünfbändige Ausgabe der *Œuvres de Blaise Pascal* heraus. Er veröffentlichte darin einen Brief FERMATs an PASCAL, zu dem er bemerkt: *»Das erste Mal gedruckt. Dieser Brief ist in der Kopie, die ich davon habe, ohne Datum. Er scheint einen Brief von Pascal zu beantworten, den ich nicht auffinden konnte.«* (IV, S. 442f.) BOSSUT reiht diesen Brief zwischen dem FERMATs an PASCAL vom 25.9.1654 und dem PASCALs an FERMAT vom 27.10.1654 ein. Seit PAUL TANNERYs Ausgabe der *Œuvres de Fermat* (1894) gilt er aber als der früheste uns erhalten gebliebene Brief des berühmten Briefwechsels. In diesem Brief löst PIERRE DE FERMAT (1607/08 bis 1665) eine der Aufgaben, die GEORGE BROSSIN ANTOINE GOMBAUD CHEVALIER (MARQUIS) DE MÉRÉ (1607–1684) BLAISE PASCAL (1623–1662) gestellt und auch richtig gelöst hat, wie PASCAL am 29.7.1654 schreibt. Seit zweihundert Jahre später GEORGE BOOLE (1815–1864) DE MÉRÉ *a reputed gamster* nannte (Boole 1854, S. 243),[1] wird der in Frankreich sehr geschätzte Literat[2] in der deutschen mathematischen Literatur und in fast allen mathematischen Beiträgen des Internets zu einem *gewohnheitsmäßigen* Glücksspieler degradiert.[3]

Aus dem undatierten Antwortschreibens FERMATs (deutsch bei Schneider [1989]) geht die ursprüngliche Fragestellung PASCALs nicht klar hervor. Eine naheliegende Rekonstruktion könnte folgendermaßen aussehen.

Zwei Spieler A und B gehen eine Wette ein. A behauptet, mit einem Würfel in acht Würfen eine bestimmte Augenzahl, z. B. eine Sechs, werfen zu können. Im Erfolgsfall erhält er den Einsatz E. Vor Spielbeginn bietet er an, auf den ersten Wurf zu verzichten, also nur siebenmal zu werfen, fordert dafür aber eine gerechte Entschädigung. Welcher Anteil von E steht ihm zu? Wie hoch müsste die Entschädigung sein, wenn er auch noch auf den zweiten, dritten, ..., achten Wurf verzichtet?

2 Lösung nach FERMAT

FERMATs Lösung soll nun im heutigen mathematischen Gewand dargestellt werden.

Die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Wurf die Sechs zu werfen und damit E zu erhalten, ist $\frac{1}{6}$, also ist der erste Wurf $\frac{1}{6}E$ wert. Damit stehen für das angebotene Siebenerspiel als Auszahlung nur mehr $\frac{5}{6}E$ zur Verfügung. Die Wahrscheinlichkeit, beim zweiten Wurf, d.h. dem ersten Wurf des Siebenerspiels, eine Sechs zu werfen, ist wieder $\frac{1}{6}$. Damit hat der zweite Wurf den Wert $\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}E = \frac{5}{36}E$, und die Auszahlung reduziert sich für das folgende Sechserangebot auf $E - \frac{1}{6}E - \frac{5}{36}E = \frac{25}{36}E = \left(\frac{5}{6}\right)^2 E$. Allgemein reduziert sich die Auszahlung nach jedem Verzicht auf $\frac{5}{6}$ des vorherigen Werts. Verzichtet A zu Spielbeginn also auf alle Würfe bis einschließlich des k-ten Wurfs, dann stehen ihm für den Verzicht auf den k-ten Wurf $\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}E = \frac{5^{k-1}}{6^k}E$ als Entschädigung zu.

PASCAL hat das Problem nicht lösen können. Denn er war offenbar der Meinung, dass der Anteil $\frac{5^{k-1}}{6^k}E$ dem A auch dann zustünde, wenn er die ersten $k-1$ Würfe erfolglos ausgeführt hätte und dann erst auf den k-ten Wurf verzichtete. In diesem Fall, schreibt ihm FERMAT, ist ja noch der ganze Einsatz E im Spiel; also steht dem A, wenn er $k-1$ Würfe erfolglos ausgeführt hat und nun auf seinen k-ten Wurf verzichtet, $\frac{1}{6}E$ zu.

3 Ergänzungen

3.1 Totalverzicht zu Spielbeginn

Hätte A zu Beginn des Spiels gleich auf alle acht Würfe verzichtet, dann stünden ihm

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 + \ldots + \frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^7\right)E =$$

$= \left(1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8\right)E$ zu, also 76,7 % des Einsatzes E.

3.2 Faire Wette

Weder PASCAL noch FERMAT fragen nach den Einsätzen, die A bzw. B leisten müssen, damit die Wette fair ist. Die Antwort ist nicht schwer zu finden. B erhält nämlich den gesamten Einsatz E nur dann ausbezahlt, wenn A bei seinen acht Würfen keine Sechs wirft. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist $\left(\frac{5}{6}\right)^8$. Also erhält A mit der Wahrscheinlichkeit $\left(1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8\right)$ den Einsatz E ausbezahlt. Damit die Wette fair ist, muss sich der Einsatz des A zu dem des B wie $\left(1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8\right) : \left(\frac{5}{6}\right)^8 = \frac{6^8 - 5^8}{5^8} = \frac{1288991}{390625}$ = 3,3 : 1 verhalten.

5 Anmerkungen

[1] ISAAC TODHUNTER (1820–1884) zitiert 1865 in seiner einflussreichen Geschichte der Wahrscheinlichkeit (S. 7) BOOLE zugleich mit SIMÉON-DENIS POISSON (1781 bis 1840), der 1837 (S. 1), ohne DE MÉRÉ zu nennen, von einem *homme du monde* (Weltmann) spricht, der einem *austère janseniste* (sittenstrengen Jansenisten), nämlich PASCAL, ein Glücksspielproblem vorgelegt hat, was zur Entstehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung geführt habe.

[2] SAINTE-BEUVE (1804–1869) sah in DE MÉRÉ sogar die ideale Verkörperung des Leitbilds des 17. Jh.s, nämlich des *honnête homme*, d. h. des allseitig gebildeten Weltmanns. (Sainte-Beuve 1852)

[3] Sicher hat DE Méré wie viele Persönlichkeiten seiner Zeit, die geradezu von einer Spielleidenschaft geprägt ist, gespielt. Interessant erscheint mir, dass aus jener Zeit meines Wissens nach nur GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646–1716) DE MÉRÉ einen Spieler nennt. In einem längeren Abschnitt (Leibniz 1768a) beschäftigt er sich ausführlich mit DE MÉRÉ und der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung: »*Il est vrai cependant que le Chevalier avoit quelque génie extraordinaire , même pour les Mathématiques* – Es ist jedoch wahr, dass der Chevalier eine gewisse außergewöhnliche Begabung hatte, sogar für die Mathematik«. Er, LEIBNIZ, habe von Mr. DES BILLETTES [1634–1720] erfahren, dass sich DE MÉRÉ in einem Brief (Lettre XIX in: de Méré 1682) an PASCAL einer Entdeckung rühmte: »*C'est, qu'étant grand joueur, il donna les premiéres ouvertures sur l'estime de paris; ce qui fit naître les belles pensées* de Alea*, de Messieurs* Fermat, Pascal, & Huygens. – Dass er nämlich, der ein großer Spieler war, die ersten Anstöße gegeben habe zur Einschätzung der Wetten, was die schönen Gedanken der Herren *Fermat*, *Pascal* und *Huygens* über den *Zufall* entstehen ließ«. Etwas unfreundlicher spricht LEIBNIZ aber von DE MÉRÉ, da dieser weiterhin der Meinung war, dass eine Strecke nicht unendlich oft teilbar sei. »Es ist aber eine Tatsache, dass DE MÉRÉ, – *vir ingeniosus, sed semidoctus, &, ut ita dicam, semi-scius* – geistreich, aber halbgelehrt und, wie ich sagen möchte, halb-wissend, durch die bloße Kraft des natürlichen Verstandes vorhergesehen hatte, was später so bedeutende Männer mit dem Gewande der Sicherheit der Mathematik bekleideten.« (Leibniz 1768b). Um 1704 nannte LEIBNIZ DE MÉRÉ »*homme d'esprit pénétrant et qui étoit joueur et philosophe* – einen Mann scharfsinnigen Geistes, der auch Spieler und Philosoph war.« (Leibniz 1765).

Literatur

Boole, George (1854): An Investigation of the Laws of Thought. London.

Bossut, Charles (Hg.) (1779): Œuvres de Blaise Pascal. La Haye.

De Méré, George Brossin Antoine Gombaud (1682): Lettres. Paris.

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1765): Nouveaux essais sur l'entendement humain. Livre IV, chap. 16. In: Œuvres philosophiques de feu M^R. de Leibnitz. Amsterdam, Leipzig.

– (1768a): Replique […] aux Réflexions […] In: Opera omnia, Bd. II, Seite 92f., Genf.

– (1768b): Annotatio de quibusdam ludis. In: Opera omnia, Bd. V, Seite 203. Genf.

Poisson, Siméon-Denis (1837): Recherches sur la Probabilité des Jugements. Paris.

Sainte-Beuve, Charles Augustin (1852): Derniers Portraits littéraires. Paris.

Schneider, Ivo (1989): Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfängen bis 1933. Berlin, Darmstadt 1988/1989.

Todhunter, Isaac (1865): A History of the Mathematical Theory of Probability. Cambridge.

Anschriften der Verfasser

Friedrich Barth
Abbachstr. 23
80992 München
e.f.barth@t-online.de

Rudolf Haller
Nederlinger Str. 32a
80638 München
rudolf.haller@arcor.de