PD Dr. Dirk Kussin
Dipl.-Math. Julia Sauter

SS 2009

# 2. Test zur Linearen Algebra 2

## 03.06.2009

| | |
|---|---|
| Name, Vorname | |
| Übungsgruppe | |
| Studiengang | |
| Matrikelnummer | |
| Semester | |

**Zugelassene Hilfsmittel:** Stifte.

**Hinweise:**
i) Bitte schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter in blauer oder schwarzer Farbe.
ii) Füllen Sie bitte beide Deckblätter vollständig und gut lesbar aus.

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| erreichbare Punktzahl | 10 | 6 | 7 | 7 | 30 |
| erreichte Punktzahl | | | | | |

PD Dr. Dirk Kussin
Dipl.-Math. Julia Sauter

SS 2009

# 2. Test zur Linearen Algebra 2

## 03.06.2009

| | |
|---|---|
| Name, Vorname | |
| Übungsgruppe | |
| Studiengang | |
| Matrikelnummer | |
| Semester | |

**Zugelassene Hilfsmittel:** Stifte.

**Hinweise:**
i) Bitte schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter in blauer oder schwarzer Farbe.
ii) Füllen Sie bitte beide Deckblätter vollständig und gut lesbar aus.

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| erreichbare Punktzahl | 10 | 6 | 7 | 7 | 30 |
| erreichte Punktzahl | | | | | |

## Aufgabe 1:

(10 Punkte)

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen allgemein wahr oder falsch sind.
$K$ sei stets ein Körper. Vektorräume seien immer endlichdimensional.

| Aussage | wahr | falsch |
|---|---|---|
| Jeder nilpotente diagonalisierbare Endomorphismus ist Null. | ☐ | ☐ |
| Für jedes $A \in \mathrm{M}(n; \mathbb{C})$ gibt es genau ein $P \in \mathrm{GL}(n; \mathbb{C})$, so dass $P^{-1}AP$ in in Jordan Normalform ist. | ☐ | ☐ |
| Sei $f \in \mathrm{End}(V)$ trigonalisierbar, $\lambda \in K$ ein Eigenwert von $f$, so gilt: $\dim \mathrm{H}(f, \lambda)$ ist die algebraische Vielfachheit von $\lambda$. | ☐ | ☐ |
| Nilpotente Endomorphismen sind trigonalisierbar. | ☐ | ☐ |
| Es sei $f \in \mathrm{End}(V)$ trigonalisierbar. Genau dann ist $(V, f)$ unzerlegbar, wenn $\chi_f = \mu_f$ gilt. | ☐ | ☐ |

**Bemerkungen:**

i) Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.

ii) Eine richtige Antwort gibt **zwei** Punkte, eine falsche Antwort gibt **einen** Minuspunkt. Keine Antwort gibt **null** Punkte.

iii) Nicht nachvollziehbare Antworten oder "Doppelantworten" werden wie eine falsche Antwort bewertet.

## Aufgabe 2:

(6 Punkte)

Sei $A \in \mathrm{M}(10; \mathbb{C})$, und es gelte $\chi_A = (T-3)^4 T^2 (T+1)^4$,
$\mu_A = (T-3)^4 T (T+1)^2$ sowie $\dim \mathrm{E}(A, -1) = 2$.
Geben Sie die Jordansche Normalform von $A$ an.

## Aufgabe 3:

(7 Punkte)

Es sei $f \in \mathrm{End}(K^n)$ nilpotent mit $f^{n-1} \neq 0$. Zeigen Sie, dass es eine Basis $\mathcal{B}$ von $K^n$ gibt, so dass

$$M_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ 1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(n; K).$$

## Aufgabe 4:

(7 Punkte)

Berechnen Sie die Jordansche Normalform für die folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(4; \mathbb{R})$$

Sie dürfen $\chi_A = (T-3)^4$ als gegeben voraussetzen.