

# Praktikum zur Linearen Algebra: Übungsblatt 6

Kussin / Schrage, SS 2009

Die Aufgaben sind mit MUPAD zu bearbeiten und die MUPAD -Notebooks sind per E-Mail abzugeben. Die Notebooks sind ausreichend zu dokumentieren. In der Abgabe müssen Name und Übungsgruppennummer angegeben werden.

## Aufgabe 1 (10 Punkte)

Eine Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ist von den Parametern ("Hauptachsen")  $a, b > 0$  abhängig.

- (1) Sei  $a := \sqrt{t}$  und  $b := |\sin t| + 0.5$ .

Lasse eine animierte Ellipse zeichnen, mit dem Animationsparameter  $t \in [0.5, 5]$  und der Einstellung, dass die Animation direkt "vorwärts und rückwärts" abgespielt wird.

- (2) Erzeuge nun eine Zeichnung mit zwei Szenen. In der ersten soll die animierte Ellipse abgebildet werden. In der zweiten Szene die gleiche Ellipse wie in der ersten, nur um  $\frac{3}{4}\pi$  gedreht (in Grad: 135) um das Rotationszentrums  $(1, 1)$ .

## Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M(4, \mathbb{R})$$

Durch  $s(x, y) := {}^t x A y$  für  $x, y \in \mathbb{R}^4$  wird eine Bilinearform definiert. Man bestimme eine Basis  $B$  vom  $\mathbb{R}^4$ , sodass

$$M_B(s) = \begin{pmatrix} E_k & & \\ & -E_l & \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

mit  $k, l \in \mathbb{N}$  und  $E_k, E_l$  Einheitsmatrizen.

Hinweis: Betrachte den Beweis von 29.8

## Aufgabe 3 (10 Punkte)

Seien  $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{R}^2$  die Eckpunkte eines konvexen Polygons  $K$ . Schreibe eine Prozedur, welche den Flächeninhalt von  $K$  numerisch berechnet. Die Punkte sind zwei-elementige Listen, die wiederum in einer Liste gespeichert sind. Die Punkte sind nach keinem Prinzip geordnet. Verwende keine globalen Variablen.

Tipp: Sortiere die Punkte z.B. im Uhrzeigersinn und zerlege dann das konvexe Polygon in disjunkte Dreiecke.

Bitte beachte auch die Aufgabe und den Hinweis auf der zweiten Seite.

**Aufgabe 4** (10 Punkte) *Newton-Iterationsverfahren zur Bestimmung von Nullstellen.*

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig differenzierbar und  $\xi$  eine einfache Nullstelle von  $f$ , d.h.  $f(\xi) = 0$  und  $f'(\xi) \neq 0$ . Für einen Startwert  $x_0$  sei die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  wie folgt rekursiv definiert:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

In der Numerik wird gezeigt, dass die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegen  $\xi$  konvergiert, wenn der Startwert  $x_0$  genügend nahe bei  $\xi$  ist.

**Aufgabe:**

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3 - 2x + 2$ . Diese hat eine einfache Nullstelle im Intervall  $[-3, 3]$ .

Führe ein Newton-Iterationsverfahren für die Startwerte  $x_0 = 0$  und  $x_0 = 2$  durch. Brich das Newton-Iterationsverfahren ab, wenn

- (1)  $\|f(x_n)\| < 10^{-20}$ , oder
- (2) 1.000 Iterationsschritte durchgeführt wurden.

Was sind die Koordinaten der angenäherten Nullstelle? Sollte der erste Fall eintreten, gib auch an, wie viele Iterationen benötigt wurden.

**Abgabe:**

Übungsgruppe 1 hat zur Bearbeitung des Zettels bis zum Mi 15.07.2009 14:00 Zeit und sendet das fertige MUPAD -Notebook an [egrimm@mail.upb.de](mailto:egrimm@mail.upb.de).

Übungsgruppe 2 hat zur Bearbeitung des Zettels bis zum Mi 22.07.2009 14:00 Zeit und sendet das fertige MUPAD -Notebook an [schrage@mail.upb.de](mailto:schrage@mail.upb.de).

Die Betreffzeile der E-Mail soll aus **Matrikelnummer - 6 - Name, Vorname** bestehen. Das MUPAD -Notebook soll identisch benannt werden.

**WICHTIG:** Vor dem Abgeben des MUPAD -Notebooks ist darauf zu achten, dass alle Ausgaben gelöscht sind. Dies wird keinen Unterschied auf die Ausführbarkeit des Notebooks machen, jedoch auf die Größe der Abgabe.

**Hinweise:**

Die erste Gruppe hat an folgenden Tagen Ihre Praktikumstermine:

Do 25.06., Do 09.07.

Die zweite Gruppe hat an folgenden Tagen Ihre Praktikumstermine:

Do 02.07., Do 16.07.

Das Praktikum beginnt immer um 07:30.

Da die Lösung des 6.-ten Aufgabenzettel nicht in einem Praktikumstermin besprochen werden kann, wird am Do 23.07 um 07:30 eine Art Zentralübung für diesen Zettel angeboten. Für diesen Termin besteht aber keine Anwesenheitspflicht (da sonst ein Platzproblem entstehen würde). Ggf. können dann noch restliche Fragen zu MUPAD geklärt werden.